

ГОДИШНИК НА СОФИЙСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“  
ФАКУЛТЕТ ПО НАУКИ ЗА ОБРАЗОВАНИЕТО И ИЗКУСТВАТА  
КНИГА ПЕДАГОГИЧЕСКИ НАУКИ

Том 113

ANNUAL OF SOFIA UNIVERSITY “ST. KLIMENT OHRIDSKI”  
FACULTY OF EDUCATIONAL STUDIES AND THE ARTS  
BOOK OF EDUCATIONAL STUDIES

Volume 113

---

## МЕТОДИЧЕСКИ АСПЕКТИ НА НОВИТЕ УЧЕБНИЦИ ПО МАТЕМАТИКА ЗА ВТОРИ КЛАС

ГАБРИЕЛА КИРОВА

*Катедра „Начална училищна педагогика“  
Софийски университет „Св. Климент Охридски“, България*

*Габриела Кирова. МЕТОДИЧЕСКИ АСПЕКТИ НА НОВИТЕ УЧЕБНИЦИ ПО МАТЕМАТИКА ЗА ВТОРИ КЛАС. Математическите знания на учениците в първи и втори клас са базисни за формирането на математическата им компетентност. От 2017 година в България обучението по математика във втори клас се осъществява с нови девет учебни комплекта на различни издателства. От методическа гледна точка представлява научен интерес да бъдат анализирани и сравнени тези вариантни учебници. Настоящото изследване включва сравнителен контен-анализ на действащите девет учебника по математика за втори клас в няколко важни методически аспекта: разработките на темите за естествените числа от 21 до 100, за събиране и изваждане на числата до 100, за табличното умножение и деление, за намиране на неизвестен компонент, за геометричното учебно съдържание и за текстовите задачи. В края на разработката са формулирани изводи.*

*Gabriela Kirova. Department of Primary School Education, Sofia University “St. Kliment Ohridski”, Bulgaria. METHODOLOGICAL ASPECTS OF THE NEW TEXTBOOKS OF MATHEMATICS FOR SECOND GRADE. The mathematical knowledge of students in the first and second grades is basic for the formation of their mathematical competence. Since 2017 in Bulgaria, the second grade mathematics education has been completed with new nine educational sets of different publishing houses. From a methodological point of view, it is of scientific interest to analyze and compare these variant textbooks. The present study includes a comparative content analysis of the current nine second-grade mathematics textbooks in several important methodological aspects: the development of topics for*

natural numbers from 21 to 100 themes, for the addition and subtraction of numbers to 100, for multiplication and division of number to 100, for finding unknown component, for geometric content and for text tasks. At the end of the development conclusions are formulated.

*Keywords:* mathematics, second grade, textbooks, analysis

## УВОД

През учебната 2017/2018 година в България се реализира обучение по математика във втори клас по новата учебна програма, утвърдена със Заповед № РД09-300 от 17.03.2016 г. и с новите учебни комплекти (Uchebna programa, 2016). Съществената разлика с предходната учебна програма се изразява в ориентирането на обучението към компетентностния подход. От учебното съдържание за втори клас незначителна част бе преместена в съдържанието за първи клас: числата 30, 40, 50 ...90, 100 и действията събиране и изваждане с тях. В това се заключава промяната в учебната програма в тематично отношение. По новата учебна програма бяха създадени, одобрени от Министерството на образованието и науката и избрани от учителите в началния етап на основната образователна степен общо девет учебни комплекта. Те са на Л. Алексиева и др. на издателство РИВА, за краткост наричан по-долу У1 (Aleksieva, Kirilova, 2017), на Ю. Гарчева и др. на издателство Просвета, за краткост наричан по-долу У2 (Garcheva, Manova, 2017), на В. Ангелова и др. на издателство Просвета Плюс, за краткост наричан по-долу У3 (Angelova, Doichinova, 2017), на И. Минчева и др. на издателства Питагор и Златното пате, за краткост наричан по-долу У4 (Mincheva, Dimitrova, Gernat, 2017), на З. Паскалева и др. на издателство Архимед, за краткост наричан по-долу У5 (Paskaleva et al., 2017), на Т. Витанов и др. на издателство Анубис, за краткост наричан по-долу У6 (Vitanov et al., 2017), на Т. Вълкова и др. на издателство Бит и техника, за краткост наричан по-долу У7 (Valkova et al., 2017), на М. Богданова и др. на издателство БУЛВЕСТ 2000, за краткост наричан по-долу У8 (Bogdanova, Temnikova, Ivanova, 2017) и на Р. Петрова и др. на издателство Скорпио, за краткост наричан по-долу У9 (Petrova, Stoyanova, Daskova, 2017).

Разглежданите в тази студия български учебници са вариантни, а не алтернативни, тъй като са написани и следва да отговарят на една и съща учебна програма. Те се използват за първи път в практиката на учителите на втори клас от учебната 2017/2018 година.

## ЦЕЛ, ЗАДАЧИ, ЕТАПИ, ОБЕКТ, ПРЕДМЕТ И МЕТОДИ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

Цел на настоящото изследване е: Да се изследват методическите аспекти на новите учебници по математика за втори клас, свързани с основни елементи от учебното съдържание.

Задачи на изследването са:

1. Да се анализират в сравнителен план учебниците по математика за втори клас по отношение формиране понятията числата до 100;
2. Да се анализират в сравнителен план учебниците по математика за втори клас по отношение съдържанието на раздела „Събиране и изваждане на числата до 100“;
3. Да се анализират в сравнителен план учебниците по математика за втори клас по отношение съдържанието на раздела „Таблично умножение и деление“;
4. Да се анализират в сравнителен план учебниците по математика за втори клас по отношение съдържанието на темата “Намиране на неизвестно събираемо“;
5. Да се анализират в сравнителен план учебниците по математика за втори клас по отношение съдържанието на темата “Намиране на неизвестен множител“;
6. Да се анализират в сравнителен план учебниците по математика за втори клас по отношение геометричното учебно съдържание;
7. Да се анализират в сравнителен план учебниците по математика за втори клас по отношение на текстовите задачи;
8. Да се направи анализ на получените резултати и да се формулират изводи за качествата на анализираните учебници по математика за втори клас по отношение на изследваните методически аспекти.

Етапите на изследването са два: 1. Контент-анализ на изследваните учебници във връзка с избраните методически аспекти. 2. Обработка на резултатите и формулиране на обобщения и изводи.

Обект на изследването са действащите актуални девет учебника по математика за втори клас.

Предмет на изследването са методическите разработки и съдържанието в учебниците в следните методически аспекти: числата до 100, събиране и изваждане на числата до 100, таблично умножение и деление, намиране на неизвестен компонент – неизвестно събираемо и неизвестен множител, геометрия, текстови задачи.

Методи на изследването са: сравнителен контент-анализ и математико-статистически методи за обработка на резултатите – количествени и качествени показатели.

## АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ ИЗСЛЕДВАНЕТО ПО ТЕМАТА ЗА ЧИСЛАТА ДО 100

Формирането на понятия числата от 21 до 100 е основен раздел и в новата учебна програма по математика за втори клас, в сила от учебната 2017/2018 година, утвърдена със Заповед № РД09-300 от 17.03.2016 г. (Uчебna programa, 2016), както и в предходната програма. Разликата е в това, че в новата учебна програма не са включени знанията за числата 30, 40, 50...90, 100, тъй като тази тема вече е в учебната програма по математика за първи клас, в сила от учебната 2016/2017 година, утвърдена със Заповед № РД09–1857 от 17.12.2015 г. (Uчебna programa, 2015).

В настоящата студия си поставям изследователската задача да направя сравнителен анализ на съдържанието и методическите аспекти при разработката на темата „Естествените числа от 21 до 100“ във всичките девет учебника. Целта е да се проследи наличието или отсъствието на основни методически компоненти, свързани с формирането на понятия числата до 100. На базата на сравнителния анализ ще бъдат направени изводи.

По отношение на естествените числа при анализа са избрани три показателя.

**Показател 1 (П1):** Относителен дял на разработките на уроци по темата в учебника. Това е обективен показател за възможностите, които съответният учебник предоставя за усвояване, затвърдяване и усъвършенстване на знанията за числата. Резултатите от изследването по този показател са нагледно представени в таблица 1.

Таблица 1. Резултати от анализа на изследваните 9 учебника по математика по първи показател

Учебник/ Показател	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
П1 (%)	4,50	3,57	4,46	4,54	4,62	4,71	4,46	4,46	2,67

Стойностите на относителния дял на уроците за числата от 21 до 100 спрямо общия брой разработки на уроци в учебниците варират значително между 2,67% (У9) и 4,71% (У6). Очертават се три групи учебници по този показател: такива с недостатъчен относителен дял разработки по темата „Числата от 21 до 100“ – У9 и У2, учебници с относително равно съотношение между уроците за числата и общия брой уроци в тях – У1, У3, У4, У7 и У8, учебници с най-висок относителен дял предвидени уроци в раздела за числата до 100 – У6 (4,71%) и У5 (4,62%). Ясно се очертават предимствата и недостатъците в сравнителен план.

**Показател 2 (П2):** Наличие на базисните методически упражнения за формиране на понятия числа до 100: четене на числата, писане на числата, брое-не, сравняване, състав на числата, представяне като сбор от редни единици, място в редицата на естествените числа. Изследват се анализирани девет учебника за наличието на тези седем типа задачи, имащи отношение към формирането на понятия естествени числа, в т.ч. числата от 21 до 100. Ще бъде отчетено като наличие на всички типове задачи (+) или отсъствие на някои от изброените седем типа задачи (-). Резултатите са показани в Таблица 2.

Таблица 2. Резултати от анализа на изследваните 9 учебника по математика по приетия втори показател

Учебник/ Показател	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
<b>П2</b>	-	+	+	+	-	+	+	+	+

В седем от деветте анализирани учебника са налични всичките седем вида задачи – У12, У3, У4, У6, У7 и У8, докато в два от учебниците липсва по един от видовете задачи, необходими за формиране понятия за числата – У1 и У5. В У1 липсват упражнения за четене на числата от типа: „Прочети числата: 24, 85, 100, 77.“ В У5 липсва упражнение за брое-не. От таблица 2 могат да се направят изводи за качествата на сравняваните учебници по математика за втори клас.

**Показател 3 (П3):** Особености на използваните видове онагледяване в раздела за числата от 21 до 100. Ще бъдат анализирани наличните във всеки учебник видове онагледяване в разработките на уроци за числата от 21 до 100. Известно е, че учениците от втори клас все още имат развито преобладаващо конкретно-образно мислене. Понятията числа са пределно абстрактни. От тук и необходимостта от богато онагледяване и по-голям набор дидактични материали. Важно е да се отбележи, че към учебника за втори клас У6 има специално разработена учебна тетрадка № 3 с индивидуални дидактични материали, които да се използват при раздела за числата от 21 до 100. Освен тази специална тетрадка, към учебника има ламиниран картон за многократна употреба, върху който се пише с изтриваем маркер. На картоната има номерационна таблица, в която могат да се вписват числа, модел на бодливо сметало, върху който могат да се моделират числа и редове, на които могат да се записват имената на числа. Тези индивидуални дидактически средства отличават учебния комплект от всички останали учебни комплекти. В У1 са използвани следните изображения за онагледяване на числата от 21 до 100: топчета, столове, книги, бодливо сметало – общо 4 вида онагледяване. В У2 са използвани изображения на: бодливо сметало, мобилни телефони, кламери, моливи, карти за игра – общо 5 вида онагледяване. В У3 са използвани следните видове

изображения за онагледяване: копчета, банкноти, лего, десетични блокчета (десетици и единици) и числова лента – общо 5 вида онагледяване.

В У4 са използвани: бодливо сметало, номерационна таблица, банкноти, монети и числова линия – общо 5 вида онагледяване. В У5 използваните изображения са: банкноти, монети и десетични блокчета – общо 3 вида онагледяване. В У6 са използвани изображения на: банкноти, монети, бодливо сметало и числова линия – общо 4 вида онагледяване. Тук следва да се добавят индивидуалните дидактични материали и картонът за многократна употреба, посочени по-горе. В У7 са използвани за онагледяване: десетични блокчета, бодливо сметало, числова линия, топчета – общо 4 вида. В У8 използваните изображения са на: пръчици (снопчета и единични пръчици), банкноти, монети, бодливо сметало и числова линия – общо 5 вида онагледяване. В У9 са използвани само: бодливо сметало и числова линия – общо 2 вида онагледяване. За по-добро възприемане на резултатите те ще бъдат представени в таблица. (Виж табл. 3)

Таблица 3. Резултати от анализа на изследваните 9 учебника по математика по приетия трети показател

Учебник/ Показател	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
ПЗ (бр.)	4	5	5	5	3	4	4	5	2

В съпоставителен план може да се обобщи, че много добре онагледени разработки на темата „Числата от 21 до 100“ са тези на учебници У2, У3, У4 и У8. Добро е онагледяването и на учебници У1, У6 и У7. Методически неиздържани по този показател са учебници У5 и особено У9.

В заключение може да се направят някои важни изводи, относно качествата на сравняваните девет учебника за постигане целите на раздела „Числата до 100“. Като се отчетат резултатите и при трите показателя някои от учебниците са с много добри методически характеристики. Това са: У4, У6, У3, У8 и У1. Добри резултати се установяват при У7 и У2. По-слаби резултати показват У9 и У5.

### АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ ИЗСЛЕДВАНЕТО ПО ТЕМАТА ЗА СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ЧИСЛАТА ДО 100

Един от най-важните елементи на учебното съдържание по математика във втори клас това е усвояването от учениците на устното и писменото събиране и изваждане на числата от 21 до 100 без и с преминаване на десетицата (Uchebna programa, 2016). Тези умения са в основата на събирането и изваждането без и с преминаване на десетицата с числата над 100 в трети и в чет-

върти клас. Тук ще представя сравнителен анализ на методическите подходи, използвани в тези девет различни учебника. Специално внимание ще бъде отделено на общия брой на предвидените в учебниците по математика уроци (за нови знания и за упражнение) по темата „Събиране и изваждане на числата до 100 без и с преминаване на десетицата“ в сравнителен план спрямо общия брой на уроци в съответния учебник. Друг показател за сравняване ще бъде кога и по какъв начин се въвежда и изяснява алгоритъм за писмено събиране и изваждане. Получените резултати ще бъдат обобщени и анализирани и на тяхна основа ще бъдат формулирани изводи за предимствата и недостатъците на сравняваните учебници.

По първия показател – относителен дял на темите за събиране и изваждане спрямо общия брой разработки в учебник – **Показател 1 (П1)** – се получиха следните резултати (Таблица 4).

Таблица 4. Резултати от анализа на изследваните 9 учебника по математика по първия показател

Учебник/ Показател	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
П1 (%)	27,92	34,82	30,35	28,18	24,07	28,30	23,21	24,10	21,42

Получените резултати варират силно – от 34,82% (У2) до 21,42% (У9). По-високият относителен дял на темите от раздела „Събиране и изваждане на числата до 100“ обуславя по-доброто овладяване и усъвършенстване на уменията за събиране и изваждане на второкласниците. Очертават се три групи учебници: тази с по-висок относителен дял (между 27 и 34%) – У2, У3, У6, У4, У1 и учебници с нисък относителен дял (под 25%) – У8, У5, У7 и У9. По изборния относителен дял за уроци за събиране и изваждане може да се съди за значението, което авторите отдават на овладяване уменията за събиране и изваждане на числата до 100 от учениците във втори клас.

Вторият показател – **Показател 2 (П2)** – е свързан с методическия подход на подредба на темите от събиране и изваждане: успоредно, паралелно или последователно. При успоредното въвеждане на случаите в един и същ урок се взимат случай от събиране и съответния случай от изваждане (Например:  $40 + 5$ ;  $45 - 5$ ;  $45 - 40$ ). При паралелното въвеждане в един урок се взима даден случай от събиране (Например:  $34 + 3$ ) и в следващ урок за нови знания се въвежда аналогичният случай от изваждане (Например:  $37 - 3$ ).

При последователното въвеждане: първо се изучават всички случаи от събиране, а след тях се въвеждат всички случаи от изваждане. При сравнителен анализ на деветте учебника се установява, че различните авторски колективи са избрали различни методически похвати на подредба на темите в раздела за събиране и изваждане на числата до 100. В четири от учебниците авторите

избират паралелното въвеждане на случаите от събиране и изваждане. Това са учебници У1, У2, У3 и У5. При тях се редуват ритмично теми от събиране с теми от изваждане. Това е добър методически похват. В три от разглежданите тук учебници авторите са използвали комбинация от успоредно въвеждане (на лесните случаи от събиране и изваждане) с паралелно въвеждане (при случаите с преминаване на десетицата). Това са учебници У4 (в който само последните два случая са въведени паралелно), У7 и У8. Това е много добър методически похват. В един от учебниците (У6) е използван различен похват: лесните случаи на събиране и изваждане се въвеждат успоредно, а случаите на събиране и изваждане с преминаване на десетицата са въведени последователно. С този похват може да се постигне много по-добро затвърдяване и усъвършенстване на алгоритмите при случаите на събиране и изваждане до 100 с преминаване на десетицата. В учебник У9 е възприето успоредно въвеждане на събирането и изваждането за цялата група уроци по темата. Това не е добър подход, доколкото в един 35-минутен урок по математика, в който се предполага да има и въвеждаща част остава твърде малко урочно време, за да могат да бъдат добре изяснени два алгоритъма за писмено пресмятане – и за събиране и за изваждане (с преминаване на десетицата) и същите да бъдат усвоени и приложени, затвърдени от 8 годишните ученици. Това би могло да се компенсира, ако има предвидени достатъчен относителен дял уроци за упражнение, но точно учебник У9 е този с най-малък относителен дял на уроците в темата (Виж Таблица № 4).

Третият показател – **Показател 3 (ПЗ)** – е мястото и начинът на въвеждане на алгоритъм за писмено (вертикално) събиране и изваждане. В У1 писмено събиране и изваждане се въвежда при първите два случая, разработени в последователни уроци (№ 12 и № 13) като липсва описание на алгоритъма и не е показан при изваждането начин за проверка. Използвани са номерационни таблици. В У2 вертикален запис се използва от темите  $22 + 2$  (урок № 15) и  $24 - 2$  (урок № 16) като и тук няма описание на алгоритмите и начин за проверка не е показан в изходната задача, в карето за нови знания, а в следваща задача. Използвани са номерационни таблици. В У3 в един урок (№ 17) са показани алгоритмите за писмено събиране и изваждане като и тук липсва описание на алгоритмите, както и не е показан начин за проверка при действие изваждане. Използвани са номерационни таблици. В У4 вертикално записване е показано при събиране от вида  $43 + 35$  (урок № 31) и при изваждане от вида  $78 - 35$ ,  $78 - 43$  (урок № 32). Тук има използвана номерационна таблица, но няма показан начин на проверка при изваждането, а също така няма и описание на алгоритмите. В У5 вертикален запис се въвежда при темата за събиране от вида  $24 + 3$  (урок № 19) и при изваждане от вида  $24 - 3$  (урок № 20). Не са използвани номерационни таблици. Липсва начинът на проверка при изваждане. Няма никакво описание на алгоритмите. В У6 алгоритмите за събиране



и изваждане са въведени при случаи от вида  $43 + 5$  и  $48 - 7$  (урок № 16) като са използвани номерационни таблици, алгоритмите са описани като реплики на герои в учебника – ученици. При изваждането изрично е показан начин за проверка. В У7 алгоритмите за писмено (вертикално) събиране и изваждане се въвеждат при случаи от вида  $25 + 2$ ,  $25 + 20$ ,  $27 - 2$  и  $45 - 20$  (урок № 14) като са използвани номерационни таблици, алгоритмите са описани с текст и е показан начин за проверка при изваждането. Трябва да се отбележи, че от методическа гледна точка случаите  $25 + 20$  и  $45 - 20$  са задачи за устно смятане и не предполагат вертикален запис и пресмятане по алгоритмите за писмено извършване на действията. В У8 въвеждането на вертикален запис става в урок № 25, при случаи от вида  $27 + 30$  и  $57 - 30$  (за устно смятане, както вече бе спомената при У7) като са използвани номерационни таблици, но алгоритмите не са описани и няма показан начин за проверка при изваждането. В У9 вертикалното записване, алгоритмите за писмено събиране и изваждане са въведени при случаите от вида  $15 + 12$ ,  $27 - 12$  и  $27 - 15$  (урок № 24) като са използвани номерационни таблици. Липсва описание на алгоритмите. Показан е начин на проверка при изваждането. В заключение може да се каже, че единствените учебници, в които са дадени алгоритмични указания за въвеждане новите начини за събиране и изваждане – писмено (вертикално) това са У6 и У7. В един от анализираният тук учебници (У5) дори не са използвани номерационни таблици за онагледяване на вертикалното записване. В някои от учебниците не е показан начин за проверка при действие изваждане, което е сериозен методически пропуск (У1, У3, У4 и У5).

Учебниците са сравнявани по три важни показателя при методическата разработка на темите в раздел „Събиране и изваждане на числата до 100“. На първо място това е броят уроци в раздела. Установен е относителният дял на уроците за събиране и изваждане до 100 спрямо общия брой разработки на уроци във всеки учебник. По този показател по-лоши резултати се получиха за У5, У7 и У9. Вторият критерий е избраният методически подход за въвеждане на случаите от събиране и изваждане. Наблюдават се 3 варианта: паралелно, последователно и успоредно, като предимства имат комбинациите успоредно-паралелно и успоредно-последователно подреждане. Третият показател е мястото и начинът на въвеждане на алгоритъм за писмено (вертикално) събиране и изваждане. По този показател по-неприемливи методически подходи бяха установени при учебник У5. Предимства в методическо отношение показват учебници У6 и У7.

## АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ ИЗСЛЕДВАНЕТО НА УЧЕБНОТО СЪДЪРЖАНИЕ В РАЗДЕЛА „ТАБЛИЧНО УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ“

Усвояването до автоматизъм на табличното умножение и деление е една от водещите задачи на математическото обучение във втори клас. Представлява интерес какви методически подходи са избрали авторите на деветте вариантни учебника при разработване на тази важна тема. За целта са използвани няколко показателя. Първият показател – **Показател 1 (П1)** е методическата подредба на изучаване случаите от умножение и деление. Вторият избран показател – **Показател 2 (П2)** – при сравнителния анализ това е относителният дял на темите от раздела „Таблично умножение и деление“ в сравнение с всички теми в учебника. Ще бъде анализиран и броят на уроците за нови знания и важното от методическа гледна точка съотношение между уроци за нови знания и уроци за затвърдяване на знанията и формиране на умения. Специално внимание ще отдели на темата за деление на число с нула (невъзможно деление) – **Показател 3 (П3)** – и какви методически подходи са използвани от различните автори за въвеждане на това съдържание.

По **Показател П1** ще представя методическата подредба на темите в раздел „Таблично умножение и деление“ в учебниците по математика за втори клас В У1 за раздела „Таблично умножение и деление са предвидени общо 60 урока. От тях 4 урока са за мерни единици и геометрично съдържание, а един е за намиране на неизвестен множител. Уроците за нови знания са 30, а останалите са за затвърдяване на знанията и формиране на умения. В У1 е спазена следната последователност при въвеждане на таблиците: умножение; разместително свойство на умножението; делимо, делител, частно; умножение с 2; деление с 2; умножение с 5; деление с 5; умножение с 10, деление с 10; умножение с 3; деление с 3; умножение с 4; деление с 4; съдружително свойство на умножението; умножение с 6; деление с 6; умножение със 7; деление със 7; умножение с 8; деление с 8; умножение с 9; деление с 9; умножение с 1 и 0; деление с 1 и 0. Темата „Намиране на неизвестен множител е включена след умножение и деление с 6.

В У2 за раздела „Таблично умножение и деление“ са предвидени общо 56 урока. От тях 4 са за мерни единици, а един е за намиране на неизвестен множител. Уроците за нови знания са 26, а останалите са за затвърдяване на знанията и формиране на умения. В У2 е спазена следната последователност при въвеждане на таблиците: умножение; множител, произведение; разместително свойство на умножението; деление; умножение с 1; деление с 1; умножение с 2; деление с 2; умножение с 3; деление с 3; умножение с 4; деление с 4; съдружително свойство на умножението; умножение с 5; деление с 5; умножение с 6; деление с 6; умножение със 7; деление със 7; умножение с 8; деление с 8; умножение с 9; деление с 9; умножение с 10; деление с 10;

умножение с 0 и деление на 0 с число. Намирането на неизвестен множител се въвежда след умножение и деление с 9.

В У3 за раздела „Таблично умножение и деление“ са предвидени общо 54 урока. От тях 4 урока са за мерни единици, а 1 е за намиране на неизвестен множител. Уроците за нови знания са 30, а останалите са за затвърдяване на знанията. В У3 е спазена следната последователност при въвеждане на таблиците: действие умножение; множител и произведение; разместително свойство на умножението; действие деление; делимо, делител, частно; умножение с 2, деление с 2; умножение с 3; деление с 3; умножение с 4, деление с 4; умножение с 5; деление с 5; умножение с 6; деление с 6; съдружително свойство на умножението; умножение със 7; деление със 7; умножение с 8; деление с 8; умножение с 9; деление с 9; умножение с 10; деление с 10; умножение и деление с 1; умножение с 0, деление на 0 с число. Темата „Намиране на неизвестен множител“ е включена след умножение и деление с 4.

В У4 за раздела „Таблично умножение и деление“ са предвидени общо 51 урока. От тях 3 урока са за мерни единици, а 1 е за намиране на неизвестен множител. Уроците за нови знания са 26, а останалите са за затвърдяване на знанията и формиране на умения. В У3 е спазена следната последователност при въвеждане на таблиците: сбор на равни събираеми; умножение; разместително свойство на умножението; умножение с 2; умножение с 3; деление; връзка между умножение и деление; деление с 2; деление с 3; умножение с 4; деление с 4; умножение с 5; деление с 5; съдружително свойство на умножението; умножение с 6; деление с 6; умножение със 7; деление със 7; умножение с 8; деление с 8; умножение с 9; деление с 9; умножение с 10; деление с 10; умножение и деление с 1; умножение с 0 и деление на 0 с число. Намирането на неизвестен множител се въвежда след умножение и деление с 4.

В У5 за четвъртата тема „Таблично умножение и деление“ са отделени 53 урока. От тях 3 са посветени на мерните единици, а 2 – за намиране на неизвестен множител. Уроците за нови знания са 29, а останалите са за затвърдяване на знанията и формиране на умения. В У5 е спазена следната последователност при въвеждане на таблиците: сбор на равни събираеми; пъти повече от...; множители, произведение; разместително свойство на умножението; умножение с 2; умножение с 5; умножение с 10; съдружително свойство на умножението; деление; делимо, делител, частно; деление с 2; деление с 5; деление с 10; умножение с 3; деление с 3; умножение с 4; деление с 4; умножение с 6; деление с 6; умножение със 7; деление със 7; умножение с 8; деление с 8; умножение с 9; деление с 9; умножение с 1; деление с 1; умножение с 0; деление на числото 0 с различно от 0 число. Темата „Намиране на неизвестен множител“ е включена след деление с 10 (умножение с 2, 5 и 10 и деление с 2, 5 и 10).

В У6 за раздел „Таблично умножение и деление“ са отделени 49 урока. От тях 3 са за мерни единици и 2 за намиране на неизвестен множител. Уроците

за нови знания са 23, а останалите са за затвърдяване на знанията и формиране на умения, за самопроверка. В У6 е съблюдавана следната последователност при въвеждане на таблиците за умножение и деление: умножение; множители, произведение; разместително свойство на умножението; деление; делимо, делител, частно; пъти повече, пъти по-малко; умножение с 2; деление с 2; умножение с 3; деление с 3; умножение с 4; деление с 4; умножение с 5; деление с 5; умножение и деление с 6; умножение и деление със 7; умножение и деление с 8; умножение и деление с 9; умножение и деление с 10; умножение и деление с 1; умножение с 0 и деление на 0 с число, различно от 0. Темата „Намиране на неизвестен множител“ се въвежда след умножение и деление с 6.

В У7 за раздела „Таблично умножение и деление“ са предвидени общо 62 урока. От тях 3 са за мерни единици, 2 са за намиране на неизвестен множител, 2 са за самопроверка и 4 са тематични уроци. Уроците за нови знания са 26, а останалите са за затвърдяване на знанията и формиране на умения, както и за самопроверка и тематични. В У7 е спазена следната последователност при въвеждане на таблиците за умножение и деление: умножение; разместително свойство на умножението; умножение с 1 и с 10; умножение с 2; деление; деление с 1 и с 10; деление с 2; пъти повече, пъти по-малко; умножение с 3; деление с 3; умножение с 4; деление с 4; умножение с 5; деление с 5; умножение с 6; съдружително свойство на умножението; деление с 6; умножение със 7; деление със 7; умножение с 8; деление с 8; умножение с 9; деление с 9; умножение с 0; деление на нулата с число. Темата „Намиране на неизвестен множител“ се въвежда след умножение и деление с 4.

В У8 за раздел „V. Таблично умножение и деление“ са предвидени 56 урока. От тях 3 урока са за мерни единици и 1 за самопроверка. Уроците за нови знания са 26, а останалите са за затвърдяване на знанията и формиране на умения, за самопроверка. В У8 е спазена следната последователност при въвеждане на таблиците за умножение и деление: в 5 групи по 3; 3 пъти по 5; множители, произведение, умножение; разместително свойство на умножението; умножение с 2; умножение с 5; умножение с 10; съдружително свойство на умножението; деление; деление с 2; деление с 5; деление с 10; умножение с 3; деление с 3; умножение с 4; деление с 4; умножение с 6; деление с 6; умножение със 7; деление със 7; умножение с 8; деление с 8; умножение с 9; деление с 9; умножение с 1 и 0; деление от вида  $7:7$ ,  $7:1$  и  $0:7$ . Темата „Намиране на неизвестен множител“ се въвежда след умножение и деление с 2, 5 и 10.

В У9 за темите от таблично умножение и деление са предвидени 51 урока. От тях 2 урока са за мерни единици и 2 тематични урока. Уроците за нови знания са 17, а останалите са за затвърдяване на знанията и формиране на умения. В У9 е спазена следната последователност при въвеждане на таблиците за умножение и деление: действие умножение; разместително свойство на действие умножение; умножение с 2; умножение с 3; умножение с 4; действие

деление; деление с 2; деление с 3; деление с 4; умножение и деление с 5; умножение и деление с 6; умножение и деление със 7; умножение и деление с 8; умножение и деление с 9; умножение и деление с 10; умножение и деление с 1; умножение с 0, деление с числото 0. Темата „Намиране на неизвестен множител“ се въвежда след умножение и деление с 5.

По втория **Показател П2** се получиха следните резултати (Таблица 5).

Таблица 5. Резултати от анализа на изследваните 9 учебника по математика по втория показател

Учебник/ Показател	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
<b>П2 (%)</b>	50,45	46,42	44,64	43,63	46,29	43,39	52,67	47,32	43,75

При сравнителния контент-анализ може да се направят някои изводи. Броят на уроците в раздела „Таблично умножение и деление“ варира от 49 (У6) до 62 (У7), съответно относителните дялове варират от 43,39% (У6) до 52,67 (У7). Може да се направи извод, че предвидените уроци в раздела при У6, У4, У9, У3 са недостатъчно. Средно в разглежданите учебници уроците са 55. Може да се каже, че 55 урока е оптималният брой тематични единици за раздела. На това условие отговарят следните учебници – У1 и У7. По-съществен е броят на уроците за нови знания. Оказва се, че в 5 от учебниците те са равен брой – по 26 (У2, У3, У4, У7, У8). В два от учебниците са повече (У1 – 30 и У5 – 29), в У6 са по-малко – 23, докато в У9 те са значително по-малко – 17. В У9 малкият брой теми за нови знания идва от обединяването на умножението и делението с дадено число в един урок за нови знания. За сметка на това има значително по-голям брой уроци за затвърдяване на знанията, които следват. Може да се приеме, че средният брой от 25 урока за нови знания е оптимален. Интерес представлява съотношението между уроците за нови знания и тези за затвърдяване на знанията и формиране на умения. В У1 то е 1:2, в У2 то е 1:2,2, в У3 е 1:2,1, в У4 е 1:2, в У5 е 1:1,8, в У6 е 1:2,1, в У7 е 1:2,4, в У8 е 1:2,2 и в У9 съотношението е 1:3. По-доброто съотношение е това, при което преобладават уроците за затвърдяване на знанията върху табличното умножение и деление. С такова разпределение се отличават в низходящ ред учебниците У9, У7, У8 и У2, У6 и У3, У1 и У4, а У5 е с най-лошо съотношение – 1:1,8..

Интерес представлява начинът на изясняване на случая „Деление на 0“ (невъзможно деление). Това е третият показател – **Показател П3** – при анализа по тази тема. Ето какви методически похвати са използвани в различните вариантни учебници по математика за втори клас. В У1 е даден запис  $2:0=0$ , защото  $0.2=0$ , който е задраскан с червен цвят и отдолу стои в каре за правило „С нула не се дели.“ В У2 има нарисуван герой с балон с репликата „С числото 0 не се дели!“ и запис  $7:0$ , който е задраскан с две червени черти. В У3

избраният подход е като в У1 – записани са два примера  $0:0$  и  $9:0$ , които са задраскани с червени линии и на две места е записано твърдението, че на 0 не се дели / с числото 0 не може да се дели. Има илюстрация с нарисуван герой (куче), което държи табела „Стоп“. В У4 е избран малко по-добър подход, като е приведен пример за опит на дете да реши задачата  $3:0$ . Коментира се, че детето не е решило вярно задачата като се прави проверка и се дава твърдението „С числото 0 не може да се дели.“ – в цветно каре като правило. В У5 подходът е като в учебници У1 и У3 – записан е пример  $7:0$  и е задраскан с две червени линии, а на страницата е записано с главни букви „Запомнете! С числото 0 не може да се дели!“, като този текст е в курсив. В У6 [4] срещаме един различен подход. Твърдението, че делението на 0 е невъзможно действие, т.е. на нула не може да се дели, е доказано със следната ситуация. Избран е един пример  $5:0$  и са дадени две решения на двама герои – ученици. Едното дете решава, че частното е 0, а другото дете решава, че частното е 5. И двете деца правят проверка с умножение и сами се убеждават, че нито 0, нито 5 са отговори на задачата, т.е. няма такова число, което умножено по 0 да може да даде число, различно от нула. На фона на тази ситуация логично се извежда определение, което е записано в червен цвят „На 0 не се дели!“. От методическа гледна точка това е най-издържаният подход. В У7 избраният подход е като в учебници У1, У3 и У5 – даден е записан пример  $2:0$ , който е задраскан с две червени черти и отдолу в императивна форма е записано в червено „На 0 не се дели!“ В У8 е използвана илюстрация на учителка с показалка, даден е записан пример  $7:0$  и под него пише с текст „е невъзможно!“, а вдясно е изобразен светофар, който свети в червено и до него е записано „С числото 0 не може да се дели!“ В У9 откриваме подход, подобен на подхода в У6 – дадени са решенията на две деца на примера  $4:0$ . Едното дете е получило 0, а отговорът на другото дете е 4. Направена е проверка на всяко от решенията и е показано, че при проверката не се получава резултат 4. Пита се „Някой решил ли е вярно задачата?“ и отдолу в цветно зелено каре е записано „С числото 0 не може да се дели!“

От сравнителния анализ става ясно, че при методическата разработка на частния случай деление на число на 0 се очертават 3 подхода: в повечето учебници е подхотено императивно и без всякакво доказателство (У1, У2, У3, У5, У7 и У8), в един от учебниците (У4) е приведен пример, докато в два от учебниците е приведено доказателство с алтернативни решения (У6 и У9), което е добро методическо решение.

Може да се обобщи, че в анализирания в сравнителен план девет вариантни учебника по математика за втори клас, които са въведени в употреба във втори клас има съществени различия. Броят на уроците в раздела „Таблично умножение и деление“ варира от 49 (У6) до 62 (У7).

По отношение структурирането на раздела „Таблично умножение и деление“ се очертават следните различни подходи: 1) Умножение с 2, 5 и 10, деление с 2, 5 и 10, умножение с 3, деление с 3 и т.н. до 9 – У1, У5 и У8; 2) Умножение с 2, деление с 2, умножение с 3, деление с 3 и т.н. – У3 и У6; 3) Умножение с 2, умножение с 3, деление с 2, деление с 3, умножение с 4, деление с 4, умножение с 5, деление с 5 и т.н. – У4; 4) Умножение с 1, деление с 1, умножение с 2, деление с 2 и т.н. – У2; 5) Умножение с 1 и с 10, умножение с 2, деление с 1 и с 10, деление с 2, умножение с 3, деление с 3 и т.н. – У7; 6) Умножение с 2, умножение с 3, умножение с 4, деление с 2, деление с 3, деление с 4, умножение и деление с 5, умножение и деление с 6 и т.н. – У9 (подобен на У4). Може да се обобщи, че доказал своята методическа състоятелност е вторият подход, приложен в учебници У3 и У6.

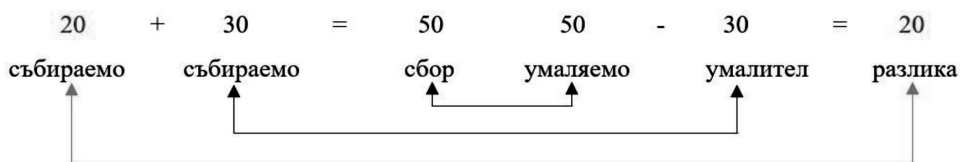
Относно въвеждането на случая за невъзможно деление на числото 0 в седем от анализираният тук учебници е приет императивният подход, докато само в два от тях е изведено доказателство за невъзможността на действието деление на 0 – У6 и У9.

Важно е сравнението на избраните методически подходи при изграждане на таблиците за умножение в различните учебници. Очертават се 4 варианта: 1) На базата на сбор на равни събираеми и на получаване на всеки следващ резултат от предходния с прибавяне на повтарящото се равно събираемо (т.е. и двата подхода) – У6; 2) Получаване на всеки табличен резултат от предходния с прибавяне на едно от повтарящите се събираеми – У1 и У8; 3) На базата на сбор на равни събираеми – У2, У3, У4 и У9; 4) Без никакъв показан подход – само таблицата – У5 и У7. Най-добрият вариант е първият. Също добър ефект има вторият вариант. Единственият учебник, в който е използвано богато илюстративно и схематично онагледяване, както на действие умножение, така и на действие деление е У6. Това е отлично методическо решение с оглед особеностите на осем годишните ученици, които имат развито преобладаващо все още конкретно-образно мислене.

## АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ СРАВНИТЕЛНОТО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ТЕМАТА „НАМИРАНЕ НА НЕИЗВЕСТНО СЪБИРАЕМО“

Намирането на неизвестен компонент и свързаното с това определение, което се въвежда в началния етап на основната образователна степен в България винаги е било базирано на аритметична основа – на основата на зависимостите, които съществуват между компонентите и резултатите при двойките аритметични операции: събиране и изваждане, от една страна и умножение и деление, от друга. Тези зависимости могат графично да се представят по следния начин (фиг. 1.) Най-ефективният методически похват за ученици на 8-9 годишна възраст включва следните стъпки: 1) Записват се в хоризонтален

ред един пример от действие събиране (с две различни събираеми) и до него обратния пример от изваждане; 2) Надписват се наименованията на компонентите и резултатите под съответните числа; 3) Равните числа се свързват с двупосочни стрелки, както е показано на фиг. 1.; 4) Остава са малко време на учениците да наблюдават и осмислят връзките на схемата; 5) Изтрива се първото събираемо и се замества със съответния символ за неизвестен компонент (празно квадратче, въпросителна, буква); 6) Проследява се, къде в примера от изваждане откриваме търсения компонент (в случая в позиция на разлика); 7) Формулира се правилото: „Неизвестното събираемо се намира като от сбора извадим другото (известното) събираемо“.



Какъв подход е избран в У1? Използвана е текстова задача, предполагаща моделиране с неизвестно събираемо. Виж снимка 1. Това не е добър подход, тъй като учениците от втори клас се насочват директно към извършване на действие изваждане за намиране на крайния резултат, без да съставят модел с неизвестен компонент. Отлично решение е използването на схематичен модел като посочения във фигура 1. Правилото е записано веднага след решената изходна текстова задача върху цветен фон „Неизвестното събираемо намираме, като от сбора извадим известното събираемо“. В У2 откриваме изключително неясно представен подход. Има илюстрация с 12 кашона, в долния ляв ъгъл на която има надпис „24 броя“. Въпросът над илюстрацията е: „Колко кашона още има на рафта?“. На илюстрацията няма дори оставено място за тези липсващи кашони. Под илюстрацията, в карето за нови знания е записано  $24 - 12 = 12$  и до него проверка  $12 + 12 = 24$ . Отдолу следва правилото „Неизвестното събираемо се намира, като от сбора се извади известното събираемо“. Може да се каже, че похватът в този учебник с нищо не гарантира осмислянето и усвояването на правилото. В У3 авторите са избрали да използват творческо упражнение – съставяне на текстова задача по картина. На картината има 5 деца около една маса, върху която има две неясни изображения (вероятно подноси с 23 сини и 12 червени сладки). Условието е да се състави задача по картината. Вдясно са записани пример от събиране  $23 + 12 = 35$  и под него двете обратни задачи:  $35 - 12 = 23$  и  $35 - 23 = 12$ . Точно вторият запис е решението на задачата с неизвестно (ако има такава), а тъкмо при него резултатът 12 не е записан с червен цвят. Под трите примера в жълто каре е дадено правилото: „Ако от сбора извадим едното събираемо, получаваме другото съби-



раемо“. Може да се каже, че и в този учебник, както и в У2 избраният подход е неподходящ. Втората задача е също в каре за нови знания. Там е дадена в готов вид задача с неизвестно събираемо:  $16 + ? = 48$ . Задачата е решена и е показана проверка. Към втората решена задача в урока, на розов фон е записано правило: „Неизвестното събираемо се намира, като от сбора се извади известното събираемо.“ В У4 темата е разработена на две страници. В задача 4 се представя връзката между действие събиране и действие изваждане и е изведено определение „Едното събираемо можем да намерим като от сбора извадим другото събираемо.“ Виж снимка 4. В задача 7 върху фон за нови знания е записан решен пример с неизвестно събираемо като са обозначени компонентите. Показана е и проверка. Върху син фон е написано правилото „Неизвестното събираемо намираме като от сбора извадим другото – известното събираемо.“ От готово решените примери в задачи 4 и 7 не става ясно на каква основа става намирането на неизвестен компонент. В У5 изборът на авторите е да тръгнат от сюжетна текстова задача. Това са задачи 1 и 2. Те са решени с изваждане. След това, като втори начин е показан модел на решението с неизвестно събираемо – без обяснения и без извеждане на връзки и зависимости. След втората решена задача върху жълт фон е поместено определението „Неизвестно събираемо се намира като от сбора се извади известното събираемо.“ Както вече отбелязахме, използването на текстова задача за въвеждане намирането на неизвестен компонент не е добро методическо решение. В У6 за извеждане правилото за намиране на неизвестно събираемо е използвана изходна решена задача от вида математическа диктовка: „Гошо намислил едно число, прибавил към него 21 и получил 68. Кое число е намислил?“. Този подход е добър, тъй като по условие задачата предполага записването на неизвестния компонент чрез символ. Веднага е указано с какъв символ ще се изобразява неизвестното събираемо – въпросителен знак в жълто кръгче. Задачата е решена и е показана проверката на решението. Правилото е записано с червен цвят в каре за правила: „Неизвестното събираемо намираме като от сбора извадим известното (другото) събираемо“. В У7 също както и в У6 е използвана задача за намислено число: „Иво намисли число. Прибави към него 37 и получи 89. Кое е намисленото число?“ Виж снимка 7. В карето за нови знания са изобразени две деца, които правят запис на задачата. Едното прави коректен запис, като означава намисленото (неизвестното) число с празно квадратче:  $\square + 37 = 89$ . Другото изобразено дете прави следния запис:  $37 + \square = 89$ , което е абсолютно некоректно. Вдясно в карето е записано вярното решение и като реплика на герой – тигърче е отбелязано, че намисленото число е неизвестно събираемо. Отдолу върху цветен фон е записано правилото „Неизвестното събираемо намираме, като от сбора извадим известното събираемо.“ Само в този учебник е използвано и буквено означение за отбелязване на неизвестното, което е нарушение на учебната програма по математика за втори клас. В

У8 е избран коректен методически подход – схематично представяне на връзката между компонентите и резултатите от аритметичните действия събиране и изваждане. Схемата не е много добре представена (виж схемата на фиг. 1.). Правилото е поместено върху цветен фон, но не при решената изходна задача 2, а едва при задача 3: „Неизвестно събираемо се намира, като от сбора се извади другото събираемо, което е известно.“ В последния девети учебник У9 са приложени два подхода. При задача 3, има решена изходна текстова задача от намиране сбор на две числа и са съставени и решени двете възможни обратни задачи. След това е поместена схема за връзките между компонентите и резултатите при аритметичните действия събиране и изваждане. Това е много добър похват. При задача 5 се използва подход като в У6 и в У7: „Милена намислила число. Увеличила го с 37 и получила числото 63. Кое число е намислила Милена?“ Задачата е решена като е съставен модел с обозначаване с празно квадратче на неизвестното събираемо (намисленото число). Няма, обаче, структуриран запис на решението на задачата, което е недостатък. Отдолу върху зелен фон е изписано правилото „Неизвестното събираемо се намира, като от сбора се извади другото събираемо, което е известно.“

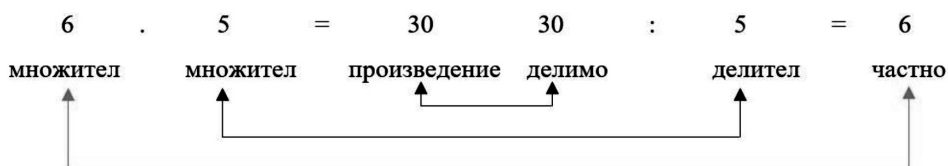
В заключение, от направения сравнителен анализ на методическите подходи, използвани от авторите на деветте одобрени учебника по математика за втори клас в България може да се направят някои изводи. Най-добре е разработено новото съдържание в темата „Намиране на неизвестно събираемо“ в У8 и в У9. Много добър подход е използването на изходна задача от типа: „Намислих едно число. Към него прибавих...и получих....Кое е намисленото число?“, който откриваме в У6, У7 и У9. Използването на сюжетна текстова задача като изходна за въвеждане на неизвестно събираемо не е добро методическо решение (У1, У5). Може да се направи заключение, че използваните похвати в У2, У3, У4 са методически неиздържани.

## АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ СРАВНИТЕЛНОТО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ТЕМАТА „НАМИРАНЕ НА НЕИЗВЕСТЕН МНОЖИТЕЛ“

За мен представлява интерес да бъдат анализирани в сравнителен план методическите похвати, използвани от различните авторски колективи при разработване на темата за урок за нови знания „Намиране на неизвестен множител“.

Намирането на неизвестен компонент и свързаното с това определение, което се въвежда в началния етап на основната образователна степен в България винаги е било базирано на аритметична основа – на основата на зависимостите, които съществуват между компонентите и резултатите при двойките аритметични операции: събиране и изваждане, от една страна и умножение и деление, от друга. Тези зависимости могат графично да се представят по

следния начин (фиг. 2.) Най-ефективният методически похват за ученици на 8–9 годишна възраст включва следните стъпки: 1) Записват се в хоризонтален ред един пример от действие умножение (с два различни множителя) и вдясно до него обратния пример от деление; 2) Надписват се наименованията на компонентите и резултатите под съответните числа; 3) Равните числа се свързват с двупосочни стрелки, както е показано на фиг. 1.; 4) Остава са малко време на учениците да наблюдават и осмислят връзките на схемата; 5) Изтрива се първият множител и се замества със съответния символ за неизвестен компонент (празно квадратче, въпросителна, буква); 6) Проследява се къде в примера от деление откриваме търсения компонент (в случая в позицията на частно); След това отново се разглеждат двупосочните стрелки, за да се осмисли, че неизвестният множител може да се получи в резултат от разделянето на произведението и другия множител, тъй като произведението е в позицията на делимо, а другият (известният) множител е в позицията на делител; 7) Формулира се правилото: „Неизвестният множител се намира като разделим произведението на другия (известния) множител“.



Нека видим какъв подход е избран в учебник У1. За изходна задача е избрана задача от вида: „Намислих едно число. Умножих го по...и получих..... Кое число съм намислил?“. Това е добър методически похват, тъй като задача с такава формулировка води директно до съставяне и записване на задача с неизвестен компонент. Записана е и схема с двете противоположни операции, но за разлика от посочената на фиг. 1, в тази няма двупосочни стрелки и не са надписани наименованията на компонентите и резултатите. Дадено е следното определение: „Неизвестен множител се намира като произведението разделим на известния множител.“ Определението, както и схемата са върху цветен фон. Определението е оградено в каре. Задачата не е решена. Проверката е само маркирана, без да е направена. В У2 за изходна също е избрана задача за намислено число. Тук, обаче, не откриваме никаква схема. Записана е задачата с неизвестен множител и втората стъпка за намиране на неизвестния множител. Няма решение. Тук не е посочена и проверка. На цветен фон е дадено следното правило: „Единият множител е равен на произведението, разделено на другия множител.“ Това правило не води директно към овладяване на начина за намиране на неизвестен множител. В следваща-

та задача, предвидена за общокласна самостоятелна работа е решен пример-образец и е показан модел за проверка. В У3 се използва друг подход – направо се дава за решаване записан пример с неизвестен множител. Примерът е решен. Показана е и проверка. Правилото, което е поместено на цветен фон гласи: „Неизвестният множител се намира, като произведението се раздели на известния множител.“ Може да се каже, че този похват не е много издържан методически. Още повече, че решената задача е придружена с грешна илюстрация. На картинката герой (учителка) държи табела със записана задача, като с ръката си е закрила единия множител. Но вместо да се вижда известният множител 4, на илюстрацията се вижда неизвестният множител 5. Интерес представлява предходната задача, при която са дадени три числови израза – един от умножение и двата му обратни от деления. Изискването е учениците да съставят текстови задачи по тези математически модели и по илюстрация. Записан е извод, затова, че „Ако разделим произведението на единия множител, получаваме другия множител.“ В У4 темата за нови знания е разработена на две страници. На първата страница чрез не много добре представена задача се извежда правилото, че „Всеки множител можем да намерим като разделим произведението на другия множител.“ На другата страница направо е записана задача с отбелязан неизвестен множител. Решението на задачата за първи път е изписано на три реда. Показана е и проверката. На цветен фон с червено е записано правилото „Неизвестния множител намираме като разделим произведението на другия – известен множител.“. Не може да се каже, че избраният методически похват е добър, тъй като направо се предлага записан пример с означен неизвестен множител. В У5 избраният подход е следният: дадени са три решени текстови задачи – една права и двете ѝ обратни задача. Записано е с курсив определението „Като разделим произведението на единия множител, намираме другия множител. Следва в цветно каре поместено правилото: „Неизвестен множител се намира, като произведението се раздели на другия множител, който е известен.“ В У6 откриваме следния методически похват: има предвидена подготвителна задача, при която се решават задачи от умножение и по два обратни израза с деление. Извежда се правилото, че ако разделим произведението на единия множител, получаваме другия множител. Следва решена изходна задача от вида „Нина намислила едно число, умножила го по... и получила... Кое число е намислила Нина?“ При решението на задачата изрично е указано, че неизвестното намислено число ще отбелязваме със съответния символ (кръгче с въпросителна). Задачата е решена на три реда и е даден образец за проверката. Правилото е в каре, записано е в червен цвят: „Неизвестният множител се намира, като произведението разделим на другия (известния) множител.“ Може да се каже, че въпреки липсата на схематично онагледяване, избраният тук подход е методически издържан.

В У7 също, както в У1, У2 и У6 изходната задача е от вида „Намислих число...“. Към условието на задачата са дадени две илюстрации на записване, предложени от двама герои – ученици (момче и момиче). Предложеният запис от момчето е погрешен, той не отговаря на условието на задачата. Използвани са схеми със стрелки, но от типа „Рачешко смятане“. Направо в каре е изведено правилото: Неизвестен множител намираме, като произведението разделим на известния множител. Задачата е решена като символът е червено квадратче, без това да е изрично заявено. Напротив, в каре е записано, че задачата може да се запише, като неизвестното се отбележи с буквата „а“. Трябва да отбележа, че по действащата учебна програма не се допуска означаването на неизвестно число с буква. В този смисъл, в У7 учебната програма е нарушена. Дълбокото ми убеждение е, че буквеното означение на неизвестното е достъпно и напълно адекватно за съвременните български ученици от началните класове. Доказва го практиката на десетки и стотици начални учители да въвеждат буква „х“ за неизвестен компонент още във втори клас. Доколкото програмата не го позволява, всички автори на учебници следва да се съобразяват с изискванията ѝ. В У8 откриваме един различен похват, подобен на У5. Дадена е (без условието, а само с въпроса) сюжетна текстова задача от умножение, придружена с илюстрация на три вази с по 5 рози. Виж снимка 9. Дадени са и двете ѝ обратни задачи от деление. Има две схеми, първата от които не отговаря на изходната текстова задача: трябва да е 3.5, а в У8 е 5.3. Само на първата схема са надписани наименованията на компонентите и резултатите. На схемите е дадена само една двупосочна стрелка – тази при неизвестния компонент. Формулирано е определението върху цветен фон: „Неизвестният множител се намира, като се раздели произведението на другия (известен) множител.“ Може да се каже, че методическият похват, избран от авторите на У8 не гарантира разбирането на зависимостта. В У9 за темата в урока за нови знания са отделени две страници. Виж снимки 10 и 11. Избран е подход с въвеждаща текстова задача (три текстови задачи – една права от умножение и двете и обратни задачи от деление), която не е формулирана цялостно, а са дадени само трите въпроса към илюстрацията. На илюстрацията са изобразени пет фруктиери с по 3 ябълки. В резултат на решенията на трите задачи се прави извод: „Ако произведението на две числа разделим на един от множителите, ще получим другия множител.“ След тази подготвителна задача, на другата страница, има решена изходна задача от вида „Елена намислила едно число, умножила го с...и получила...Кое число е намислила Елена?“ Задачата е решена чрез препратки към подготвителната задача на предходната страница. Указано е с какъв символ ще се означае неизвестния компонент, както при У6 и У7. Правилото е формулирано на цветно поле: „Неизвестен множител се намира като произведението се раздели на другия множител, който е известен.“

В заключение може да се каже, че използваните методически похвати при изясняване правилото за намиране на неизвестен множител в действащите девет учебника по математика за втори клас са три вида: задача от типа „Намислих едно число...“, което е добър методически подход (У1, У2, У6, У7 и У9); сюжетни текстови задачи – права от умножение и двете ѝ обратни от деление, което не е добър методически похват (У5, У8, У9) и направо записан пример с неизвестен компонент, което е неудачно от методическа гледна точка (У3 и У4). Схематичен модел има използван в У1 и У8. Проверката при намиране на неизвестен множител не е показана при изходната задача в някои от учебниците (У2, У5, У7, У8 и У9). Ясно въвеждане на символ за означаване на неизвестния компонент има само в У6, У7 (буквена символика, която не отговаря на учебната програма за втори клас) и У9. Разгледаните електронни ресурси в електронния учебник към У6 са с тренировъчен характер и имат отношение, както към осмисляне на новото правило, така и към затвърдяването на новото знание при изпълнение на тренировъчни упражнения.

## АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ ИЗСЛЕДВАНЕТО НА ГЕОМЕТРИЧНОТО УЧЕБНО СЪДЪРЖАНИЕ

Една от областите на математическа компетентност в учебната програма за втори клас е „Геометрични фигури и тела“. При ежегодното измерване на резултатите от обучението в края на началния етап на основната образователна степен, национално външно оценяване, традиционно проличават два проблема: овладяването на геометричното учебно съдържание и работата с текстови задачи. Поради тази причина за мен представлява научен интерес как е застъпено това учебно съдържание в новите учебници по математика. Тук ще представя резултатите от сравнителен контент-анализ на геометричните задачи в действащите девет учебника по математика за втори клас. Всички задачи и упражнения с геометрично съдържание са систематизирани и класифицирани. В таблица 7 е представен относителният дял на всеки вид геометрични задачи в отделните учебници. Достигна се до интересни резултати. Геометричните задачи и упражнения са от следните видове: 1) Разпознаване (назоваване, определяне на вида); 2) Преброяване в комбинирани фигури; 3) Измерване на отсечки и страни на геометрични фигури и намиране на обиколки; 4) Измерване на предмети; 5) Чертане; 6) Текстови задачи с геометрично учебно съдържание; 7) Задачи за пространствено мислене и логически задачи; 8) Определения, правила, елементи на фигури; 9) Моделиране на геометрични фигури с клечки; 10) Симетрия. Броят на геометричните задачи в различните учебници силно варира – от 106 до 243. В някои от учебниците геометричните задачи са крайно недостатъчно (У5, У4, У3).

**Показател 1 (П1)** е общият брой на геометричните задачи във всеки от анализиранияте учебници (Таблица 6).

Таблица 6. Общ брой на геометричните задачи и упражнения в учебниците за втори клас

Учебници	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
<b>П1</b> -Геометрични задачи (общ брой)	136	134	125	114	106	243	192	223	148

**Показател 2 (П2)** е видовото разнообразие на задачите с геометрично съдържание във всеки от учебниците (Таблица 7)

В учебник У1 общият брой на геометричните задачи в учебника е 136. Те са от 9 вида. В учебник У2 геометричните задачи са общо 134, което е съпоставимо с броя такива задачи в У1. Те са от 8 вида. В У3 общият брой геометрични задачи е 125 от 7 вида. Липсват вторият вид задачи от преброяване на геометрични фигури в геометрични композиции. В У4 геометричните задачи са още по-малко – едва 114 от 8 вида. В У5 общият брой геометрични задачи е най-малък – едва 106 при това само от 5 вида. Това е учебникът с най-ограничено видово разнообразие на геометричните задачи. Силно впечатление прави големият брой текстови задачи с геометрично съдържание в У5 – 71, но в същото време 32 от тях са решени. Ако се редуцира броят на задачите от този вид, то остават едва 39 задачи. В същия учебник прави впечатление, че напълно липсват задачи за чертане. Има разработка на урок, в който е показано чрез серия чертежи как се чертае в квадратна мрежа, но това не са задачи за учениците. Напълно неприемливо е да липсват в целия учебник задачи за чертане. В У6 общият брой геометрични задачи е най-голям – 243. Това е характерен белег на всички учебници по математика на този колектив под ръководството на Теодоси Витанов (издателство Анубис). Текстовите задачи с геометрично съдържание са 95, като от тях 15 са решени и следва броят им да се приспадне от общия брой. Тогава текстовите задачи с геометрично съдържание остават 80. Геометричните задачи са от 8 вида. В У7 откриваме 192 броя задачи по геометрия. Те са от всичките 10 вида. Това е учебникът с най-голямо видово разнообразие на геометричните задачи. Текстовите задачи с геометрично съдържание са 82 като малка част от тях (10) са решени. В У8 общият брой на геометричните задачи е 223, което го прави съпоставим с У6. Тези задачи са от общо 7 вида. Липсват напълно логически задачи (от комбинаторика, за пространствено мислене) – задачите от вид 7. По това си приличат У8 и У5. Натъкваме се и на друг факт, в У8 (а малко по-долу ще отбележим същото и за У9) броят на текстовите задачи с геометрично съдържание

(вид 6) не е най-висок в сравнение с останалите видове задачи с геометрично съдържание. В този учебник У8 доминират по брой задачите за измерване на отсечки и страни на фигури и намиране на обиколки в резултат на измерването. В У9 има общо 148 геометрични задачи. Те са от 8 вида. Отново, както и при У8 прави впечатление, че текстовите задачи с геометрично съдържание (34) са по-малко на брой от задачите за измерване и пресмятане на обиколки (49), което не е методически издържано решение.

Таблица 7. Геометрично съдържание от отделните видове в анализиранияте девет учебника

П2 видове геом. зад. / учебници	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
У1	13	8	22	14	11	54	1	5	8	0
У2	16	10	41	3	3	40	18	3	0	0
У3	6	0	12	5	23	59	8	12	0	0
У4	19	3	29	4	5	45	2	7	0	0
У5	8	0	16	3	0	71	0	8	0	0
У6	35	21	49	16	14	95	4	9	0	0
У7	30	8	13	7	9	82	29	8	2	4
У8	28	9	79	14	11	74	0	8	0	0
У9	21	12	49	12	9	34	4	7	0	0

Има отделни видове геометрични задачи, които напълно отсъстват в някои от анализиранияте учебни комплекти (видове 7, 9 и 10). От някои от разглежданите видове геометрични задачи в отделни учебници има по 2, 3, 4 задачи (У2, У4, У5), което е крайно недостатъчно за формиране на трайни умения.

Това говори за липса на системен методически подход при писането на учебниците по математика. Необходимо е да се прилага методически издържана концепция при разработването на учебното съдържание в новите учебници по математика за началния етап на основната образователна степен.

**Показател 3 (ПЗ)** е броят на задачите за чертане на геометрични фигури в деветте учебника по математика за втори клас. Безусловна необходимост представляват практическите умения на малките ученици, които се развиват в обучението по математика. Такова важно умение е умението за чертане. Затова на този показател е отделено специално внимание. От методическа гледна точка е важно колко задачи за чертане предвиждат авторите на различните учебници. Тъй като в учебника за втори клас не се пише, чертае и рисува, логично е повече практически задачи да има предвидени в учебните тетрадки. В същото време е показателно присъствието или отсъствието на достатъчен брой задачи за чертане, формулирани в урочните разработки за втори клас. Прави впечатление, че този брой варира силно в различните учебници: от 0



в У5 (3 в У2, 5 в У5) до 23 в У3. Това показва различните подходи към това учебно умение на различните авторски колективи. Резултатите по този показател са изведени в таблица 8.

Таблица 8. Геометрични задачи за чертане в анализирани учебници

Учебници	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
ПЗ -Геометрични задачи за чертане	11	3	23	5	0	14	9	11	9

Анализът на геометричните задачи и упражнения в съпоставителен план в деветте учебни комплекта, одобрени от Министерство на образованието и науката и от учителите дава основание да се направят някои важни обобщения и изводи. Относно общият брой на задачите с геометрично съдържание се получи следното ранжиране: У6 съдържа 243 геометрични задачи и заема първо място. След него е У8 с 223 задачи. На трето място е У7 със 192 задачи. Следва У9 със 148 задачи. Приблизително еднакъв е броят на геометричните задачи в У1 (136) и в У2 (134). Следва У3 със 125 геометрични задачи (почти 2 пъти по-малко от тези в У6). В дъното се нареждат У4 (114) и У5 (106), за които със сигурност може да се твърди, че съдържат недостатъчен брой геометрични задачи. Относно видовото разнообразие в анализирани девет учебника – най-голямо е то при У7 (10 вида), следва У1 с 9 вида. Повечето от учебниците съдържат задачи от 8 вида: У2, У3, У4, У6 и У9. Може да се каже, че тези 8 вида геометрични упражнения са необходимите и достатъчни видове, но е добре, че има и учебници, които са включили задачи от симетрия и задачи от моделиране на фигури с клечки. У8 съдържа 7 вида упражнения по геометрия, а на последно място е У5, в който видовете геометрични задачи са едва 6. Най-сериозен недостатък на този учебник (У5) е липсата на задачи за чертане. Важното умение на второкласниците да чертаят е гарантирано в У3 (23 задачи). Учебниците У6, У1 и У8 има съответно 14 и 11 броя от задачите за чертане. У7 и У9 предлагат по 9 такива задачи. На дъното на статистиката е У5 с нито една задача за чертане. Съмнителни резултати могат да бъдат постигнати и с включените в У4 и У2 съответно 5 и 3 броя задачи за чертане. В заключение, предимства по отношение на геометричното съдържание показват У1, У2, У3, У6, У7 и У8. Относително добри характеристики имат У4 и У9. По-сериозни слабости в методическите подходи се констатира при учебник У5.

Направеното сравнително изследване на математическото учебно съдържание в новите учебни комплекти по математика за втори клас показва, че съществуват редица съществени различия в обема и видовото разнообразие

на задачите и упражненията с геометрично съдържание. В някои от анализирани комплекти личи липса на системен методически подход при включването на този елемент от учебното съдържание. Изводите, до които се достига могат да ориентират началните учители при избор на учебен комплект, по който да преподават във втори клас.

## АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ СРАВНИТЕЛНОТО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ТЕКСТОВИТЕ ЗАДАЧИ

Текстовите задачи са важен елемент на математическото учебно съдържание. Тук ще се спрем на сравнителен анализ и представяне на това учебно съдържание в новите учебници по математика за втори клас. Обект на анализ в настоящата студия са новите девет учебника по математика за втори клас. Предмет на тази част от изследването са включените в учебниците за втори клас текстови задачи. Целта е да бъдат систематизирани и класифицирани всички текстови задачи и творчески упражнения върху текстови задачи в анализирани учебници и да се направи сравнителен контент-анализ. На тази основа ще бъдат формулирани изводи и препоръки, имащи отношение към качествената оценка и избора на учебни комплекти от учителите.

За целите на настоящото изследване ще бъде прието, че сюжетна текстова задача е словесен модел на реална или въображаема проблемна житейска ситуация, която съдържа количествени отношения и може да бъде решена с помощта на аритметични преобразувания. Тя се характеризира с наличието на субект / субектно действие (в явна или имплицитна форма) или съдържа нематематически термини. В този ракурс от предмета на изследването отпадат геометричните текстови задачи, които не съдържат нематематически термини.

**Показател 1 (П1)** е общият брой на всички текстови задачи, в т.ч. и творчески упражнения над текстови задачи в учебниците. Резултатите са представени нагледно в таблица 9.

**Показател 2 (П2)** е броят на елементарните текстови задачи. Отделно са разгледани елементарните текстови задачи в сравняваните тук учебници – таблица 10.

**Показател 3 (П3)** е свързан с новите за втори клас – съставни текстови задачи. Броят им е отражен в таблица 11.

**Показател 4 (П4)** при сравнителния анализ ще бъдат творческите упражнения. Освен решаването на готови текстови задачи, в учебниците по математика за втори клас се намират и така наречените творчески упражнения над текстови задачи (за допълване на елементи до получаване на текстова задача, за преобразуване на текстови задачи, за съставяне на текстови задачи от самите ученици и др.). Резултатите са поместени в таблица 12. Ще бъде анализиран и този елемент на математическото учебно съдържание, тъй като

чрез творческите упражнения се надграждат и усъвършенстват уменията на учениците за работа с текстови задачи.

Учебните комплекти и конкретно учебниците по математика за втори клас (9 на брой) са разработени при стриктно съблюдаване на учебната програма по математика за втори клас и в този смисъл те не могат да се разглеждат като алтернативни. Това са вариантни учебници, създадени по обща учебна програма. Едно от отношенията, в които учебниците се различават и авторските колективи дават израз на своите оригинални разбирания и предпочитани методически похвати, това е броят и видовете текстови задачи, които те включват, както и начинът по който въвеждат запознаването с новия вид – съставните текстови задачи. Друг такъв елемент от съдържанието, при който авторите имат свобода на себеизява, това са творческите упражнения върху текстови задачи, включени в учебниците.

Важно е да се установи общият брой на текстовите задачи и творческите упражнения над текстови задачи във всеки от сравняваните учебници. Резултатите са представени в таблица 9. В У1 текстовите задачи в т.ч. творческите упражнения над текстови задачи са общо 158. От тях творческите упражнения са 43. Елементарните текстови задачи преобладават. Те са общо 65 (таблица 10). Съставните текстови задачи с две и три пресмятания са общо 50 (таблица 11). Тематичните области на текстовите задачи в този учебник са много разнообразни и кореспондират с интересите и нагласите на съвременните 8 годишни ученици. В У2 общият брой на текстовите задачи и творческите упражнения е 286, което е със 128 задачи повече от У1. Трябва да се отбележи, че от този внушителен брой задачи почти половината (135) са творческите упражнения над текстови задачи. Това методическо решение не е оправдано. В У1 творческите упражнения над текстови задачи представляват около 27% от всички текстови задачи, докато в У2 този процент е малко над 47% (таблица 12). На практика всяка втора задача трябва да я съставят (допълват или преобразуват) самите второкласници. В по-ранна своя публикация при анализ на текстовите задачи и творческите упражнения в учебниците по математика за първи клас бе констатирано, че оптималният относителен дял на творческите упражнения спрямо всички текстови задачи е между 15–25%. Видовете творчески упражнения са общо 22, което също е твърде голямо многообразие. От седем от видовете има само по 1 или 2 упражнения, което не може да гарантира формиране на умение у второкласниците. Елементарните текстови задачи са 86. И в У2, както и в У1 съставните текстови задачи са по-малко от елементарните, което е логично съотношение. През втория учебен срок на втори клас се изучава таблично умножение и деление и във връзка с това се решават доста елементарни текстови задачи с тези действия. Това обяснява превеса на елементарните текстови задачи във втори клас. Прави впечатление, че в У1 и в У2 има и задачи с 3 пресмятания, а в У2 дори се открива текстова задача в

косвена форма (каквито задачи по учебна програма следва да се въведат едва в трети клас).

Таблица 9. Общ брой на текстови задачи и творчески упражнения върху текстови задачи в учебниците за втори клас

Учебник	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
<b>П1</b> Общ брой текстови задачи и творчески упражнения (бр.)	158	286	232	145	292	199	442	222	243

В У3 текстовите задачи и творческите упражнения са общо 232 като творческите упражнения са 68 броя от 15 вида и представляват 29% (т.е. всяка трета задача е творческо упражнение). Елементарните текстови задачи са 95, а съставните – 63, което е добро съотношение. В У4 текстовите задачи и творческите упражнения са най-малко на брой от всички сравнявани учебници – едва 145. От тях елементарните са 74, докато съставните са два пъти по-малко – 35. Творческите упражнения са 36, но само от 8 вида и представляват общо 25% (всяка четвърта задача е творческо упражнение).

Таблица 10. Брой елементарни текстови задачи в учебниците за втори клас

Учебник	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
<b>П2</b> Елементарни текстови задачи (бр.)	65	86	95	74	161	124	212	119	112

В У5 текстовите задачи и творческите упражнения са 292. От тях творческите упражнения са 46, но само от 7 вида и представляват 16%. Елементарните текстови задачи са 85, а съставните са около два пъти по-малко – 46. В У6 има 199 текстови задачи и творчески упражнения като последните са 31 на брой от 14 вида и представляват 16%. Това е добро съотношение. Елементарните текстови задачи преобладават – те са 124, докато съставните текстови задачи са 44. Това е единственият учебник, в който в разработките на уроци за нови знания е показана правилната методика на разбор на новия вид текстови задачи – съставните текстови задачи.

Таблица 11. Брой съставни текстови задачи в учебниците за втори клас

Учебник	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
<b>ПЗ Съставни текстови задачи (бр.)</b>	50	65	69	35	85	44	96	32	74

Най-много на брой текстови задачи и творчески упражнения има в У7 – 442, което е своеобразен рекорд. От тях творческите упражнения са 134 от най-много видове – 33 и представляват 30%, което не е добро методическо решение. Елементарните текстови задачи в У7 са 212, а съставните са 96. И тук съотношението е около 2 към 1 в полза на елементарните текстови задачи. В У8 има общо 222 текстови задачи и творчески упражнения. Последните са 71 от 11 вида и представляват 32%, което е прекалено голям относителен дял. Елементарните текстови задачи са 119 срещу едва 32 съставни текстови задачи. Съотношението е почти 4 към 1, което е лошо методическо решение. В У9 има общо 243 текстови задачи и 57 от тях (24%) са творчески упражнения. Елементарните текстови задачи са 112 срещу 74 съставни текстови задачи, което е добро методическо решение.

В таблица 12 е представен общият брой на творческите упражнения върху текстови задачи за всеки от анализиранияте учебници. Както се забелязва, броят на творческите упражнения над текстови задачи силно варира в различните учебници от 31 в У6 до 134 в У7 и 135 в У2. По-важно е какъв е относителният дял на творческите упражнения спрямо всички текстови задачи в учебниците. Добро методическо решение се забелязва при учебници У5, У6, У9 и У4 (от 16 до 25%), докато в останалите учебници това съотношение е по-голямо. Най-неприемлив е относителният дял на творческите упражнения в У2 (47%), както в У8 (32%) и У7 (30%).

*Таблица 12.* Общ брой и брой видове творческите упражнения над текстови задачи в учебниците за втори клас

Учебник	У1	У2	У3	У4	У5	У6	У7	У8	У9
<b>П4 Творчески упражнения над текстови задачи (бр. и% от всички ТЗ)</b>	43 27%	135 47%	68 29%	36 25%	46 16%	31 16%	134 30%	71 32%	57 24%

<b>Видове творчески упражнения над текстови задачи (бр.)</b>	16	22	15	8	7	14	33	11	15
--	----	----	----	---	---	----	----	----	----

В заключение може да се каже, че текстовите задачи и творческите упражнения над текстови задачи в различните учебници по математика за втори клас са с различен относителен дял. Броят им силно варира от 145 в У4 до 442 в У7, което е много голямо различие. С оглед трудностите, които българските ученици срещат при решаване на текстови задачи е оправдано броят на тези задачи да е по-голям. Не трябва да се изключва и важноста на правилната методика на работа особено при въвеждане на новите видове текстови задачи – съставните, както и задачите от умножение и деление и такива, съдържащи отношенията „пъти повече“ и „пъти по-малко“. Такава методика е показана в явен вид само в У6.

За по-голяма точност при сравнителния анализ би било добре да се вземат предвид и електронните учебници с техните електронни ресурси, които допълват и осъвременяват учебния процес по математика в началните класове. „Целта на съвременното обучение е да ангажира възможно повече анализатори у обучаемия, чрез които да привлече и задържи неговото внимание, да доведе до по-висока мотивация и да направи така, че информацията да достигне до съзнанието и да бъде разбрана.“ – отбелязва Г. Христова (Hristova, 2019). Според Л. Витанов (Vitanov, 2015) трябва да се включва използването на информационните и комуникационните технологии като важен компонент от активното учене на малките ученици, тъй като „те обхващат широк кръг от дейности, които подкрепят активното учене на малките ученици“. Използването на електронни учебници в обучението в началните класове е свързано с развиването на дигиталната компетентност на малките ученици. В своя публикация Н. Цанев (Tsaney, 2018) отбелязва, че „дигиталната компетентност е ключова компетентност сама по себе си, но също така дава възможности за развиване на други компетентности от XXI век.“

## ИЗВОДИ

От направеното сравнително изследване на действащите девет учебни комплекта по математика за втори клас в основни съдържателни елементи като: числата до 100, сбиране и изваждане до 100, таблично умножение и деление, намиране на неизвестно събираемо, намиране на неизвестен множител, геометрия и текстови задачи могат да се направят следните изводи:

1. По отношение на раздела „Числата до 100“ – стойностите на относителния дял на уроците за числата от 21 до 100 спрямо общия брой разработки на уроци в учебниците варират значително между 2,67% (У9) и 4,71% (У6).

2. При формиране понятията числа от 21 до 100 в седем от деветте анализирани учебника са налични всичките седем вида базисни методически упражнения (видове задачи) – У12, У3, У4, У6, У7 и У8, докато в два от учебниците липсва по един от видовете задачи, необходими за формиране понятия за числата – У1 и У5. В У1 липсват упражнения за четене на числата от типа: „Прочети числата: 24, 85, 100, 77.“ В У5 липсва упражнение за броене.

3. Относно онагледяването в раздела за числата до 100, в съпоставителен план може да се обобщи, че много добре онагледени разработки на темата „Числата от 21 до 100“ са тези на учебници У2, У3, У4 и У8. Добро е онагледяването и на учебници У1, У6 и У7. Методически неиздържани по този показател са учебници У5 и особено У9.

4. По отношение на броя на уроците в раздела „Събиране и изваждане с числата до 100“ – по-високият относителен дял на темите от раздела “Събиране и изваждане на числата до 100“ в даден учебник обуславя по-доброто овладяване и усъвършенстване на уменията за събиране изваждане на второкласниците. Очертават се три групи учебници: тази с по-висок относителен дял (между 27 и 34%) – У2, У3, У6, У4, У1 и учебници с нисък относителен дял (под 25%) – У8, У5, У7 и У9.

5. При сравнителен анализ на методическата подредба на темите от раздела „Събиране и изваждане до 100“ добър подход се наблюдава при У1, У2, У3 и У5, много добър методически подход бе установен при У4, У6, У7 и У8. В У9 е приложена неподходяща методика.

6. По отношение въвеждането на вертикален запис (писмено събиране и изваждане) предимството е за У6 и У7, докато в У5 е използван неприемлив методически подход.

7. Относно разработките в раздела „Таблично умножение и деление“ в сравняваните девет учебника бе установено, че броят на уроците в раздела „Таблично умножение и деление“ варира от 49 (У6) до 62 (У7), съответно относителните дялове варират от 43,39% (У6) до 52,67 (У7). Може да се направи извод, че предвидените уроци в раздела при У6, У4, У9, У3 са недостатъчно.

8. По отношение структурирането на раздела „Таблично умножение и деление“ се очертават следните различни подходи: 1) Умножение с 2, 5 и 10, деление с 2, 5 и 10, умножение с 3, деление с 3 и т.н. до 9 – У1, У5 и У8; 2) Умножение с 2, деление с 2, умножение с 3, деление с 3 и т.н. – У3 и У6; 3) Умножение с 2, умножение с 3, деление с 2, деление с 3, умножение с 4, деление с 4, умножение с 5, деление с 5 и т.н. – У4; 4) Умножение с 1, деление с 1, умножение с 2, деление с 2 и т.н. – У2; 5) Умножение с 1 и с 10, умножение с 2, деление с 1 и с 10, деление с 2, умножение с 3, деление с 3 и т.н. – У7; 6)

Умножение с 2, умножение с 3, умножение с 4, деление с 2, деление с 3, деление с 4, умножение и деление с 5, умножение и деление с 6 и т.н. – У9 (подобен на У4). Може да се обобщи, че доказал своята методическа състоятелност е вторият подход, приложен в учебници У3 и У6.

9. Относно въвеждането на случая за невъзможно деление на числото 0 в седем от анализираният тук учебници е приет императивният подход, докато само в два от тях е изведено доказателство за невъзможността на действието деление на 0 – У6 и У9.

10. Важно е сравнението на избраните методически подходи при изграждане на таблиците за умножение в различните учебници. Очертават се 4 варианта: 1) На базата на сбор на равни събираеми и на получаване на всеки следващ резултат от предходния с прибавяне на повтарящото се равно събираемо (т.е. и двата подхода) – У6; 2) Получаване на всеки табличен резултат от предходния с прибавяне на едно от повтарящите се събираеми – У1 и У8; 3) На базата на сбор на равни събираеми – У2, У3, У4 и У9; 4) Без никакъв показан подход – само таблицата – У5 и У7. Най-добрият вариант е първият. Също добър ефект има вторият вариант.

11. Единственият учебник, в който е използвано богато илюстративно и схематично онагледяване, както на действие умножение, така и на действие деление е У6. Това е отлично методическо решение с оглед особеностите на осем годишните ученици, които имат развито преобладаващо все още конкретно-образно мислене.

12. Най-добре е разработено новото съдържание в темата „Намиране на неизвестно събираемо“ в У8 и в У9. Много добър подход е използването на изходна задача от типа: „Намислих едно число. Към него прибавих... и получих... Кое е намисленото число?“, който откриваме в У6, У7 и У9. Използването на сюжетна текстова задача като изходна за въвеждане на неизвестно събираемо не е добро методическо решение (У1, У5). Може да се направи заключение, че използваните похвати в У2, У3, У4 са методически неиздържани.

13. Използваните методически похвати при изясняване правилото за намиране на неизвестен множител в действащите девет учебника по математика за втори клас са три вида: задача от типа „Намислих едно число...“, което е добър методически подход (У1, У2, У6, У7 и У9); сюжетни текстови задачи – права от умножение и двете ѝ обратни от деление, което не е добър методически похват (У5, У8, У9) и направо записан пример с неизвестен компонент, което е неудачно от методическа гледна точка (У3 и У4). Схематичен модел има използван в У1 и У8. Проверката при намиране на неизвестен множител не е показана при изходната задача в някои от учебниците (У2, У5, У7, У8 и У9). Ясно въвеждане на символ за означаване на неизвестния компонент има само в У6, У7 (в У7 е буквена символика, която не отговаря на учебната програма за втори клас) и У9.



14. Броят на геометричните задачи в различните учебници силно варира – от 106 (У5) до 243 (У6). В някои от учебниците геометричните задачи са крайно недостатъчно (У5, У4, У3). Това прави различните учебни комплекти по математика неравностойни. Важно е, когато учителите избират учебен комплект, по който да работят, да имат предвид този факт.

15. С най-голямо разнообразие от различни видове геометрични задачи се отличават два от анализираните учебници (У7 и У1). С много добро видово разнообразие се отличават 5 от учебниците (У2, У3, У4, У6 и У9), докато два от учебниците са с ограничен брой видове геометрични задачи (У8 и особено У5).

16. От някои от разглежданите видове геометрични задачи в отделни учебници има по 1 или 2 задачи (У1, У4), което безусловно е недостатъчно за формиране на трайни умения. Това говори за липса на системен методически подход при писането на учебниците по математика.

17. Важното умение на второкласниците да чертаят е гарантирано до голяма степен в У3 (23 задачи). Учебниците У6, У1 и У8 има съответно 14 и 11 броя от задачите за чертане. У7 и У9 предлагат по 9 такива задачи. Прави силно впечатление У5 с нито една задача за чертане. Съмнителни резултати могат да бъдат постигнати и с включените в У4 и У2 съответно 5 и 3 броя задачи за чертане.

18. В заключение, предимства по отношение на геометричното съдържание показват У1, У2, У3, У6, У7 и У8. Относително добри характеристики имат У4 и У9. По-сериозни слабости в методическите подходи се констатира при учебник У5.

19. Текстовите задачи и творческите упражнения над текстови задачи в различните учебници по математика за втори клас са с различен относителен дял. Броят им силно варира от 145 в У4 до 442 в У7, което е доказателство за наличие на много големи разлики при това учебно съдържание. С оглед трудностите, които българските ученици срещат при решаване на текстови задачи е оправдано броят на тези задачи да е по-голям. Не трябва да се изключва и важноста на правилната методика на работа особено при въвеждане на новите видове текстови задачи – съставните, както и задачите от умножение и деление и такива, съдържащи отношенията „пъти повече“ и „пъти по-малко“. Такава методика е показана в явен вид само в У6.

20. Има неоправдано висок относителен дял на творческите упражнения върху текстови задачи в някои от анализираните учебници. Парадоксално е те да представляват 47% от всички текстови задачи (У2).

21. Добро впечатление правят сюжетите на текстовите задачи в новите учебници по математика за втори клас, които са разнообразни, добре подбрани и в голямата си част – близки до бита и светогледа на съвременните деца на 8 годишна възраст.

Направеното сравнително изследване на методически аспекти на действащите девет учебници по математика за втори клас дава основание да се открият предимствата и недостатъците на всеки от тях. Това има практическо значение за началните учители, на които предстои избор на учебен комплект по математика за втори клас. Подобни сравнителни изследвания са във фокуса на изследователските ми интереси и предстои да бъдат направени и за учебните комплекти по математика за трети и за четвърти клас на началния етап на основната образователна степен.

## БИБЛИОГРАФИЯ

### *НОРМАТИВНИ ДОКУМЕНТИ*

Учебна програма по математика за първи клас (2015), в сила от учебната 2016/2017, достъпна на електронен адрес: <http://www.mon.bg/?go=page&pageId=1&subpageId=1699>, последно посетен на 10.04.2020 г. [First Class Mathematics Curriculum (2015), effective from the 2016/2017 academic year. Retrieved 10/04/2020 from <http://www.mon.bg/?go=page&pageId=1&subpageId=1699>].

Учебна програма по математика за втори клас, в сила от учебната 2017/2018 година, утвърдена със Заповед № РД09-300 от 17.03.2016 г. достъпна на адрес: <https://www.mon.bg/bg/1997>, последно посетен на 13.04.2020 г. [Secondary Mathematics Curriculum, effective from the 2017/2018 academic year, approved by Order No. RD09-300 of 17 March 2016. Retrieved 04/13/2020 from <https://www.mon.bg/en/1997>].

### *ИЗТОЧНИЦИ*

Alexieva, L., Kirilova, M. (2017). Matematika za втори клас. [Алексиева, Л., Кирилова, М. Математика за втори клас] Sofia: RIVA.

Angelova, V., Doichinova, S. (2017). Matematika za втори клас. [Ангелова, В., Дойчинова, С. Математика за втори клас]. Sofia: Prosveta Plus.

Bogdanova, M., Temnikova, M., Ivanova, V. (2017). Matematika za втори клас. [Богданова, М., Темникова, М., Иванова, В. Математика за втори клас]. Sofia: BULVEST 2000.

Valkova, T., Ruxova, M., Stoyanova, D., Dimitrova, D., Dimitrova, I., Damaskova, V., Lazarova, V. (2017). Matematika za втори клас. [Вълкова, Т., Рухова, М., Стоянова, Д., Димитрова, Д., Димитрова, И., Дамаскова, В., Лазарова, Ц. Математика за втори клас]. Varna: Bit i tehnika.

Vitanov, L. (2015). Metodi i tehniki za aktivno uchene. [Витанов, Л. Методи и техники за активно учене]. Sofia: University press "St. Kliment Ohridski".

Vitanov, T., Kirova, G., Sharkova, Z., Pushkarova, I., Parusheva, D. (2017). Matematika za втори клас. [Витанов, Т., Кирова, Г., Шаркова, З., Пушкарова, И., Парушева, Д. Математика за втори клас]. Sofia: Anubis.

Garcheva, J., Manova, A., (2017). Matematika za втори клас. [Гарчева, Ю., Манова, А. Математика за втори клас]. Sofia: Prosveta.

Mincheva, I., Dimitrova, M., Gernat, M. (2017). Matematika za втори клас. [Минчева, И., Димитрова, М., Гернат, М. Математика за втори клас]. Sofia: Pitagor I Zlatnoto pate.

- Paskaleva, Z., Alashka, M., Paskalev, P., Alashka, R. (2017). Matematika za втори klas. [Паскалева, З., Алашка, М., Паскалев, П., Алашка, Р. Математика за втори клас]. Sofia: Arhimed.
- Petrova, R., Stoyanova, R., Daskova, P. (2017). Matematika za втори klas. [Петрова, Р., Стоянова, Р., Даскова, П. Математика за втори клас]. Sofia: Skorpio.
- Hristova, G. (2019). Prilojennje na obuchavashti kompjutarni prezentacii po geometria za student-pedagozi. [Христова, Г. Приложение на обучаващи компютърни презентации по геометрия за студенти-педагози]. Scientific papers: Knowledge – Capital of the future, *Knowledge International Journal*, V 32.1, Scopie
- Tsanev, N. (2018). Tsifrovata kompetentnost – vajen factor I uslovie za smesenoto obuchenie v universitetskoto obrazovanie. [Цанев, Н. Цифровата компетентност – важен фактор и условие за смесеното обучение в университетското образование]. In: Smesenoto obuchenie – modernizirane na obrazovanieto chrez tehnologiite. Sofia: Buvest Print AD.

### ЗА АВТОРА

Доц. д-р Габриела Николова Кирова е преподавател в СУ „Св. Кл. Охридски“ – ФНОИ, Катедра „Начална училищна педагогика“. Научните ѝ интереси са в областта на Дидактика на математиката в началните класове. Има 78 публикации за последните 5 години.

*Контакт: Адрес:* София, п.к. 1574, бул. Шипченски проход 69А, каб. 401,  
тел. 02/9706/236.

*E-mail:* kirova@uni-sofia.bg

### ABOUT THE AUTHOR

Assoc. prof. Gabriela Kirova, PhD, is a lecturer at Sofia University “St. Kl. Ohridski”, FESA, Department of Primary School Education. Her interests are in the field of Didactics of mathematics in the Primary School. She has had 78 publications in the last 5 years.

*Contact: Address:* 1574 Sofia, 69A Shipchenski prohod Blvd., room 401, tel. +35929706236.

*E-mail:* kirova@uni-sofia.bg