

ГОДИШНИК НА СОФИЙСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ФАКУЛТЕТ ПО НАУКИ ЗА ОБРАЗОВАНИЕТО И ИЗКУСТВОТА
КНИГА ПЕДАГОГИЧЕСКИ НАУКИ

Том 116

ANNUAL OF SOFIA UNIVERSITY “ST. KLIMENT OHRIDSKI”
FACULTY OF EDUCATIONAL STUDIES AND THE ARTS
BOOK OF EDUCATIONAL STUDIES

Volume 116

PROBLEM SOLVING IN MATHEMATICS PRIMARY EDUCATION: WHAT DO TEACHERS THINK ABOUT THAT?

LILIYA STOILOVA

*Sofia University „St. Kliment Ohridski“
Faculty of Educational Studies and the Arts
Department „Primary Education“*

LYUBKA ALEKSIEVA

*Sofia University „St. Kliment Ohridski“
Faculty of Educational Studies and the Arts
Department „Primary Education“*

Abstract. The modern world and today’s generation of students require a new framework for mathematics education that provides more opportunities for developing thinking and problem-solving skills in unity with the necessary mathematical knowledge and skills. Although not central, the development of thinking and problem-solving skills takes an important place in the learning objectives set out in the primary school curriculum documentation. Approaches to teaching them could also be applied in the context of traditional lessons, but this could not be realised without the appropriate knowledge, attitudes and preparedness of teachers. It is for this reason that the present study aims to ascertain the perceptions, attitudes and experiences of primary teachers in implementing problem solving as an approach to teaching and learning mathematics. For this purpose a research through a focus group with 11 primary teachers was conducted, the results of which demonstrated the presence of readiness, but also some deficits in teachers’ perception of the approach. The analysis clearly highlighted both the need to apply problem-solving models and methodologies to demonstrate the benefits of the approach, and the need for targeted teacher training.

Keywords: problem solving, math education in primary grades, primary teachers

РЕШАВАНЕ НА ПРОБЛЕМИ В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА В НАЧАЛНИТЕ КЛАСОВЕ: КАКВО МИСЛЯТ УЧИТЕЛИТЕ?

ЛИЛИЯ СТОИЛОВА

*Софийски университет „Св. Климент Охридски“
Факултет по науки за образованието и изкуствата
Катедра „Начална училищна педагогика“*

ЛЮБКА АЛЕКСИЕВА

*Софийски университет „Св. Климент Охридски“
Факултет по науки за образованието и изкуствата
Катедра „Начална училищна педагогика“*

Резюме. Съвременният свят и съвременното поколение ученици изискват нова образователна рамка на обучението по математика, която да осигури повече възможности за развитие на уменията за мислене и решаване на проблеми в единство с нужните математически знания и умения. Макар и не централно, развитието на мисленето и уменията за решаване на проблеми заемат важно място в целите на обучението, посочени в учебната документация за началните класове. Подходи за преподаването им могат да се прилагат и в контекста на традиционните уроци, но това не би могло да се реализира без подходящите познания, нагласи и готовност на учителите. Именно затова настоящото изследване си поставя за цел да установи разбиранията, нагласите и опита на началните учители за прилагане на решаването на проблеми като подход за преподаване и учене по математика. Проучването беше осъществено чрез фокус група с 11 начални учители, резултатите от което демонстрираха наличието на готовност, но и на някои дефицити във възприемането на подхода от учителите. В анализа ясно се открие необходимостта както от приложението на модели и методики за решаване на проблеми, които да докажат ползите от подхода, така и нуждата от целенасочено обучение на учителите.

Ключови думи: решаване на проблеми, обучение по математика в началните класове, начални учители

ВЪВЕДЕНИЕ

Обучението през XXI в. е фокусирано върху знания, умения и компетентности, които са нужни на учениците, за да живеят и просперираат в динамично променящия се свят. Свят, в който достъпът до информация е по-лесен от всякога и все по-важни са уменията за нейната критична интерпретация и използване по подходящ начин. Обучението по математика също се ориентира към развитие на необходимите за съвременния свят компетентности, както и на четирите ключови умения – креативност, критично мислене, колаборация,

комуникация. Наред с частнонаучните математически знания и умения, които се очаква от учениците да усвоят, обучението по математика, както и всички останали учебни дисциплини, има своите общоразвиващи цели. Учениците в начален етап следва да развият специфични умения за мислене, които да им позволяват да правят изводи и заключения с определено ниво на абстрактност. Развитието на творческо мислене осигурява възможности за пренос на усвоени знания и умения в нови ситуации (трансфер), както и формиране на гъвкаво мислене чрез търсене на различни начини за решение (Varbanova, 2013; Novakova, 2004). Мисленето, което се развива чрез математическото знание, не е само формално – аксиоми, дефиниции и строги доказателства. То включва обобщаване, аналогия, индуктивно и дедуктивно мислене, правдоподобни съждения, умения за досещане (Mavrova & Boykina, 2019). Тези ключови умения са в основата на развитието на математическо мислене, което следва да се разбира като цел и средство за обучението по математика. През 2001 г. National Research Council (по Takahashi, 2021) дефинира математическото мислене чрез няколко критерия, които намират отражение в процеса на качествено и пълноценно преподаване на математика:

- концептуално разбиране – разбиране на математически понятия и идеи, операции и релации (връзки);
- процедурна лекота – умения, които позволяват правилно, гъвкаво, подходящо и ефективно използване на математически операции, алгоритми;
- стратегическо мислене – способности за формулиране, представяне и решаване на математически проблеми/задачи;
- адаптивно разсъждение – възможности за логическо мислене, рефлексия, обяснение и обосновка;
- продуктивни нагласи – обичайна склонност математиката да се разглежда като полезна, значима в комбинация с вяра в усърдието и личните ефективност и ефикасност. (Takahashi, 2021)

Спецификите на възприемане и учене на технологичното поколение ученици изискват нова образователна рамка, която да осигури възможности за учене в сътрудничество, чрез проекти и спрямо индивидуалните потребности на учениците (Aleksieva, 2019). Такава рамка би могла да осигури повече възможности за развитие на уменията за мислене на учениците в единство с нужните математически знания и умения. Съществен елемент за изграждане на мотивация за учене е емоционалният фон на работата. Според Haylock учениците могат и трябва да изпитват удоволствие от ученето на математика чрез решаване на проблемна ситуация, експериментирание с модели и форми, самостоятелно откриване на взаимовръзки (Haylock, 2010: 16). Това са ценни възможности за поставяне на учениците в активна позиция спрямо собственото им развитие. Самостоятелната работа и работата в екип дават възможност за творчество, за търсене на оригинални и рационални решения, аргументация и отстояване

на собствено мнение (пак там). Математиката като наука естествено съдържа възможности за прилагане на изброените аспекти на човешката умствена дейност, а преподаването ѝ трябва да се свързва с основния ѝ смисъл – процес, в който се разкриват понятия, връзки, достига се до умозаклучения. Възможности за включване на учениците в такъв активен процес на учене са заложиени в основните международни и национални образователни документи.

Решаване на проблеми в началните класове в контекста на образователната политика и учебната документация

Като член на Европейския съюз България координира основните си политики в съзвучие с европейските и образователната сфера на най-обобщено равнище не прави изключение. Една от основните цели на ООН и ЕС, разписани в Програмата за устойчиво развитие до 2030 г., засяга образованието и е формулирана като „насърчаване на приобщаващо и справедливо качествено образование и *насърчаване на възможностите за учене през целия живот на всички*“, като под устойчиво развитие се разбира такова, което отговаря на нуждите на настоящето „*без да компрометира способността на бъдещите поколения да задоволяват собствените си нужди*“ (EU, United Nations, 2015). Именно развитието на комплексни умения за мислене и творчество са в основата на ученето през целия живот, разбирано като личностна нагласа и общочовешка ценност в дигитализираното общество, в което рутинните операции все повече се извършват чрез технологии и изкуствен интелект. Това е основна причина образователните реформи в България от последните години да са насочени към формиране на компетентности, разбирани като „динамична съвкупност от знания, умения, нагласи и отношения“ вместо добре познатото предметно ориентирано образование, реализиращо се като овладяно учебно съдържание и енциклопедичност (MON, 2019: 3).

В „За прехода от знания към умения“, публикувано от МОН, е описано, че учебните дейности традиционно са насочени към усвояване на знания и „възпроизвеждане на основни понятия, факти, закони, правила, принципи и др.“, а резултатите се възприемат като „обем от знания, усвоявани за целите на конкретно изпитване...“ (пак там: 8). Като алтернатива авторите представят компетентностния подход, заложен в учебните програми за всеки клас от 2019 г. насам. Според Aleksieva чрез него се търсят и предлагат все повече възможности за стимулиране на мисленето и изграждане на практически умения у учениците (Aleksieva, 2019). Такова сравнение е напълно достоверно спрямо по-старите документи. Още в началото на учебните програми са разписани цели, насочени към „развиване на универсални умения за учене, решаване на проблеми, събиране на информация и др.“¹. Основните цели на

¹ МОН, Учебна програма за III клас по математика, в сила от учебната 2018–2019.

обучението се декомпозират в компетентности като очаквани резултати с конкретни примери. Тези компетентности обаче са насочени в много по-голяма степен към овладяване на математически знания и умения, отколкото към умения за мислене. Например някои от компетентностите в учебната програма за III клас са:

- познава числата до 1000;
- извършва аритметичните действия събиране и изваждане с числата до 1000 със (и без) преминаване;
- разпознава видове ъгли – прав, остър, тъп;
- решава текстова задача в права форма с 3 пресмятания;
- умножава двуцифрено и трицифрено число с едноцифрено, вкл. с 0;
- дели двуцифрено и трицифрено число с едноцифрено;
- познава мерните единици за маса грам и тон и връзките между грам и килограм, килограм и тон и др.²

Извадените примери онагледяват мнението на Kirova, че в учебните програми за начален етап, в сила след 2018 г, интелектуалното развитие на учениците е „подменено с наличие или отсъствие на конкретни знания и умения...“ (Kirova, 2021: 15). В рамките на компетентности като очаквани резултати се забелязват едва няколко примера в посока развитие на мислене, като ученикът „обяснява умножението/делението на сбор с едноцифрено число“, „обяснява алгоритмите за събиране и изваждане до 1000“, „съставя текстови задачи по зададени или самостоятелно събрани данни“ (пак там). В по-голяма степен ключови умения са предложени във втората част на документа – „дейности за придобиване на ключови компетентности, както и междупредметни връзки“ (пак там). Заложени са цели, свързани с:

- „използване на математически език при устно и писмено общуване...“;
- преформулиране на изрази от говоримия език в математически запис;
- словесен анализ на задачи;
- преобразуване на текст и формулиране на нова задача;
- търсене, събиране и обработване на информация при съставяне на текстова задача;
- използване на аналогия за пренос на знания и умения от двуцифрени с трицифрени числа;
- откриване на отношения, връзки, зависимости, закономерности при работата с числата до 1000 и при пресмятане на стойността на числови изрази;
- обсъждане на алгоритъм при решаване на конкретна задача или определен вид задачи;
- прилагане на вариативност при съставяне и решаване на текстови задачи“ и др.³

² Пак там.

³ Пак там.

Същият принцип за формулиране на компетентности като очаквани резултати е следван в програмите по математика за I, II и IV клас. Отделени от основната част на документа, в която са разписани очакваните резултати, тези ключови умения за учене могат да останат извън обхвата на съзнанието и работата на педагогическите специалисти.

През 2022 г. МОН публикува преглед на учебните програми за общообразователна подготовка от I до XII клас, направен чрез анкетно проучване сред практикуващи учители. Голяма част от респондентите определят като предизвикателство именно „прилагане на нови подходи, осъвременяване на преподаването“ (MON, 2022). От същия документ става ясно, че учителите разчитат основно на учебника, за да планират преподаването си, и декларират недостатъчно познаване на учебните програми за съответния клас. Министерството отчита заместването на водещата роля на учебната програма от учебника като основен фактор за определяне програмите като неефективни и препоръчва механизми за по-добро преподаване и учене да се търсят „чрез оптимално планиране на работата на учителя при отчитане на възможностите и интересите на учениците“ (пак там). В същото време Министерството всяка година публикува списък на учебниците и учебните помагала, които могат да бъдат използвани в системата на предучилищното и училищното образование, съдържащ единствено учебници и приложенията към тях помагала. Според Наредба № 10 от 2017 г. книжки и помагала, които не са включени в списъка, не могат да се използват в образователния процес.

Водещата роля на учебниците крие и други предизвикателства пред учителите в усилията им към осъвременяване на преподаването. В рамките на дисертационното изследване на един от авторите на настоящата студия чрез контент-анализ се установи, че задачите, които са подходящи за проблематизиране, в учебниците по математика за III клас в раздел „Деление“ са под 5% от всички в раздела⁴. Раздел „Деление“ за III клас предлага на учениците качествено ново математическо съдържание и алгоритъм. От една страна, делението на дву- и трицифрено число с едноцифрено представлява многостъпкова процедура, предизвикателство за повечето ученици. От друга страна, за първи път учениците се изправят пред изпълнение на алгоритъм за писмено пресмятане, изпълнението на който стартира от най-високата позиционна стойност. Това е точно обратното на навиците за събиране и изваждане, градени систематично до момента, за които изискването е започване на процедурата от най-малката позиционна стойност на числата.

Прави впечатление, че още в началото на учебните програми по математика за I клас и III клас изрично е упоменато като водеща цел развитието на

⁴ Резултатите са подготвени за печат и предстои да бъдат публикувани.

уменията на учениците за математическо мислене и решаване на проблеми⁵. В програмата за II клас този фокус отсъства напълно, докато в програмата за IV клас е поместено като дейност за развитие умения за учене в последната част на документа – „търсене на необходимата информация и избор на най-ефективните способности за решаване на даден учебен проблем”⁶. Това неконсистентно формулиране на образователните цели в учебните програми е предпоставка за непълното разгръщане на потенциала, заложен в документите, за структурирането на учебните помагала и педагогическата практика на учителите към формиране на умения за мислене и решаване на проблеми в единство с частнонаучните цели на математическото обучение.

Твърде малкият брой задачи за проблематизиране в учебниците, нагласата на учителите да преподават по учебник, ограниченията на Наредба № 10, неконсистентното формулиране на образователни цели за начален етап в учебните програми поставят под въпрос възможностите на учителите да прилагат споменатото „оптимално планиране“, което Министерството очаква. Изброените фактори се оказват предизвикателства пред търсенето и прилагането на възможности за развитие на уменията за мислене на учениците извън предложенията на авторите на учебници.

Наличието на решаването на проблеми като образователна цел все пак е първа предпоставка за включването му в образователната практика в българското училище. Задълбоченото разбиране на същността и характеристиките на подхода в сравнение с добре познатите традиционни практики е от съществено значение за правилното му прилагане в преподаването и ученето.

Решаване на проблеми като подход за преподаване – същност и специфики. Стратегии за решаване на проблеми

За да се изведат спецификите за преподаването на и чрез решаване на проблеми, е необходимо първо да бъде разгледан традиционният подход за преподаване на математика в началните класове. По този начин ще бъдат направени необходимите паралели и диференциации между двата подхода с оглед съчетаването им в един по-комплексен и ефективен подход на преподаване. Традиционният подход на преподаване включва няколко стъпки, приложими независимо от конкретното учебно съдържание: актуализиране на вече усвоени знания и умения, които са необходими при овладяване на новото; изясняване от учителя на новото учебно съдържание, упражнения и обобщение. По този начин често учениците са в пасивна позиция на възприемане, запомняне и прилагане. В контекста на традиционните практики образователните цели са насочени към усвояване на определено учебно съ-

⁵ МОН, Учебна програма за I клас по математика, в сила от учебната 2016–2017.

⁶ МОН, Учебна програма за IV клас по математика, в сила от учебната 2019–2020.

държание, което от своя страна е центрирано върху предметно структурирано знание (MON, 2019). Най-често използваният метод за преподаване на ново знание в традиционната практика все още е обяснението, направено от учителя. То се характеризира с представяне на новото съдържание от учителя и възприемането му от учениците. Редица изследвания показват, че децата лесно наизустяват математически факти, но често не разбират същността на процесите и това е предпоставка за забравяне и невъзможност за приложение на знанията в по-сложни ситуации (Aleksieva, 2019; Kirova, 2008). Наред с обяснението от учителя понякога се използват и (евристична) беседа, демонстрация и наблюдение. За евристичната беседа е характерно задаването на систематично подредени въпроси, чрез които учениците сами „откриват“ новото знание (Kirova, 2021; Varbanova, 2013; Novakova, 2004). Това откритие позволява на новото знание да се свърже с предходния опит на учениците и по този начин да се интернализира в качествено концептуално разбиране. Като част от традиционния подход се срещат елементи на проблемно обучение, проектно базирано учене, които обогатяват процеса. Така например проблемна ситуация се използва за мотивиране на учениците да усвоят новото знание. Пример за това е в началото на часа учениците да бъдат подканени да решат задача от новото знание, за да осъзнаят, че им липсват знания, които в този час ще придобият (Kirova, 2021; Novakova, 2004). От изброените методи евристичната беседа, елементи от проблемен подход и проектно обучение позволяват активно участие на учениците в образователния процес. Все пак традиционните средства често се оказват недостатъчни, за да се пресъздаде и възпроизведе математическото знание в неговата процесуална същност (Aleksieva, 2019). Всичко това дава основание да се приеме, че традиционно урокът по математика в началното училище поставя ученика в пасивна позиция на възприемане и възпроизвеждане на знания и умения, а епизодичните опити за прилагане на елементи от подходи за активно учене не са достатъчни, за да се преодолее прекомерният фокус върху математическите знания и свързаните с тях умения и да се балансира педагогическият процес с дейности за развитие мисленето на учениците.

Възможност за прилагане на комплексен подход за преподаване на математика е решаването на проблеми. Aleksieva (2020) установява, че децата учат по-добре при този тип уроци, „в които се развиват уменията им за решаване на проблемни ситуации и се подпомага разбирането им за това как теоретичните понятия се прилагат на практика в реалния свят“. Прилагането на решаване на проблеми като метод за преподаване на математика има ценно място в преодоляването на ограниченията на традиционния подход, за поставяне на ученика в центъра на образователния процес и превръщането му в активен и отговорен участник в собственото му учене и развитие. За

Novakova най-съществен принос на обучението чрез решаване на проблеми е преодоляването на формализма в знанията на учениците и тя свързва това с уменията им да разсъждават, доказват и прилагат знания и умения в нови ситуации (Novakova, 2004).

Още през 1992 г. Schoenfeld твърди, че решаването на проблеми е фундаментален елемент от преподаването на математика в училище (цит. по Rott, 2012). Rott цитира и споделя дефиниция на Mayer & Wittrock от 2006 г., като пояснява, че когато човек се изправи пред ситуация, задача и не намира веднага метод на решение, той се ангажира с когнитивен процес, наречен решаване на проблем. Решаването на проблеми е когнитивен процес, насочен към постигане на определена цел, когато методът на решение не е очевиден за решаващия проблема (Rott, 2012). Дефиницията на PISA е почти идентична с тази на Rott – „индивидуална способност за включване в процес на когнитивна преработка, за да разбере и разреши проблемна ситуация, в която начинът на решение не е очевиден“ (OECD, 2014: 32). Desev описва проблема като „... въпрос или система от йерархично свързани предстоящи за решаване въпроси, чийто отговор не се съдържа в налични знания“. Той свързва „сериозното мислене“ с възникването на проблем или трудна за решаване задача и допълва, че „всеки добър учител поставя пред учащите се множество проблемни въпроси и ... постепенно преминава към проблемно обучение“ (Desev, 2008). Sternberg пояснява, че „ако можем бързо да извлечем отговор от паметта, нямаме проблем“ (Sternberg, 2012: 455), а Carlson & Bloom допълват, че проблем, който може лесно да се реши чрез познати процедури, е „просто упражнение“ (Carlson & Bloom, 2005: 4). В контекста на образованието решаването на проблеми може да се разбира по три различни начина като:

- учебен предмет за изучаване на неговата същност и чрез него;
- подход към конкретен проблем;
- начин на преподаване (Posamentier & Krulik, 2008).

В настоящата студия решаването на проблеми ще се разглежда основно като подход за преподаване, който може успешно да бъде съчетан с традиционен урок като най-често използваната форма на организация на образователния процес. За обучението чрез решаване на проблеми е характерно получаването на нови знания чрез „съединяване на наличните знания с дейности за получаване на нови“ (Stoyanova & Hristova, 2017: 4). Тази особеност е и базов индикатор за ефективно умение да се решават проблеми, а именно развитието на приспособимост на знанията на учениците към различни ситуации. Приспособимостта се дефинира като познаване на множество стратегии за справяне, както и познаване ефикасността на различните стратегии в различни ситуации (Yazgan & Arslan, 2012). Desev дефинира стратегията като „програма за дейност, която е пряко насочена към реали-

зиране на определени цели“ (Desev, 2008). Министерство на образованието на Нова Зеландия, което активно разработва материали за решаване на проблеми, дефинира стратегията като съвкупност от обобщени подходи, приложими в различни ситуации (NZ Maths, 2023). Стратегиите, които имат значение за обучението по математика в начален етап на образование могат да се разделят на две групи. В първата се включват такива, приложими в разнообразни контексти. Още Polya (1972) нарича тези стратегии евристични. Според новозеландското министерство евристични стратегии, подходящи за начален етап, са:

- предположи и провери;
- визуално моделиране (схеми, чертежи, рисунки и пр.);
- систематизиран списък;
- разиграване, проиграване (физически или мисловно);
- „мислене“ или досещане, разбирано като използване на инструменти и подходи, които учениците вече познават (NZ Maths, 2023).

За развитието на уменията за решаване на проблеми през 2022 г. към ръководствата на Jump Math за III и IV клас в България бяха добавени група уроци за фокусирано решаване на проблеми, в които се залагат стратегии като:

- разпознаване и използване на структура (схема, таблица и пр.);
- систематично търсене;
- използване на диаграма (схема, чертеж и пр.);
- опростяване на проблем;
- предположение и проверка (Institute for Progressive Education, 2022).

Във втората група се обособяват чисто математически стратегии като приложение на изчислителни техники и алгебрично мислене.

Систематичното внедряване на решаването на проблеми в педагогическата практика предполага самите учители да поставят фокус на първо място върху тяхното разбиране за и уменията да решават проблеми (Posamentier & Krulik, 2008), което в голяма степен зависи от готовността на педагозите за промяна на моделите си на преподаване. Тази готовност се реализира чрез задълбочено разбиране на подхода, неговите предимства и ограничения и възможности за приложението му. Именно това е и фокусът на настоящото изследване, което цели да проучи разбиранията, нагласите и опита на учителите да прилагат решаване на проблеми в обучението по математика в началните класове. Изследователските въпроси, които си поставя настоящото проучване, са свързани с разбиранията на началните учители за решаването на проблеми, познаването и прилагането на стратегии за решаване на проблеми в обучението, опита им в преподаването на и чрез решаване на проблеми, както и факторите, които влияят върху него.

МЕТОДИКА НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

Цел и задачи на изследването

Целта на изследването е да се проучат разбиранията, опитът и готовността на началните учители за прилагане на решаване на проблеми като подход за преподаване и учене по математика, включително разбирането им за математически или евристични стратегии (метастратегии).

Задачите на изследването включват:

- организиране на онлайн фокус група за изследване на мнението на учителите;
- структуриране на въпроси, насочващи дискусиата във фокус групата;
- изготвяне на материали: кратко изложение за проблемно базирано учене и двете основни групи стратегии, примерни задачи от учебници, които учителите биха могли да разпознаят като възможни за проблематизиране;
- анализ на резултатите и формулиране на препоръки.

Метод на изследване

За целите на изследването е използван качествен подход, като е избран методът фокус група. Методът представлява групова дискусия, при която изследователят събира група от хора, за да обсъдят конкретна тема, като целта е да се извлекат по-задълбочени личен опит, вярвания, възприятия и нагласи на участниците чрез модерирано взаимодействие (Ochieng et al., 2018). Това е и причината методът да бъде селектиран за настоящето изследване, което цели по-задълбоченото разбиране на изследователския проблем, а именно мнението, разбиранията, опита и готовността на началните учители за прилагане на решаване на проблеми като подход за преподаване и учене по математика.

Инструментарий

Инструментарийът за фокус групата се състоеше от предварително подготвен въпросник, включващ 7 основни въпроса, насочващи дискусиата, и допълнителни въпроси за извличане на демографските и професионалните характеристики. Въпросите са категоризирани и представени по-долу.

- Въпроси, свързани с професионалния опит и демографските характеристики на изследваните лица: Как се казвате? От къде сте? По какъв начин преподавате математика?

- Въвеждащи въпроси:

1. Какво означава за Вас решаване на проблеми по математика?
2. Имате ли опит с поставяне и решаване на проблемни задачи с Вашите ученици? Бихте ли разказали?
3. Какво Ви е спирало да предлагате на учениците си проблемни задачи до момента?

- Основни въпроси:

4. Представете си, че Ви предстои да преподавате решаване на проблеми с Вашите ученици. Как си представяте този процес?

5. От какво бихте имали нужда, за да прилагате решаване на проблеми със своите ученици?

- Финални, обобщаващи въпроси:

6. Остана ли още нещо, което бихте искали да споделите, но не беше засегнато?

7. С какво тази фокус група беше полезна за вас?

Участници в изследването

За участие в изследването бяха поканени 15 начални учители, избрани според вида училище, в което преподават, и типа методология, която прилагат в работата си по математика. От тях поканата приеха 11 учители. Техните демографски и професионални характеристики са представени в табл. 1.

Таблица 1. Характеристики на участниците във фокус групата

Характеристики на участниците във фокус група					
Местожителство		Месторабота (вид училище)		Подход на работа	
Живеещи в столицата	8	Работещи в държавно училище	5	Прилагащи иновативни подходи в момента	7
Живеещи в град	2	Работещи в частно училище	5	Работещи с традиционна методика	4
Живеещи в село	1	В момента не преподават	1		

Процедура

Фокус групата беше проведена онлайн на 27 януари 2022 г. в онлайн среща чрез платформата Zoom⁷, която дава възможност за запис. Форматът на разговор от разстояние беше избран поради все още извънредната епидемичната обстановка, наложена от пандемията Covid-19. Времетраенето на фокус групата беше 90 минути.

След въпросите, които целяха събиране на демографска и професионална информация за учителите, беше представена кратка презентация с цел да осигури прецизиране на понятията и разбирането за решаване на проблеми и стратегии за справяне, която съдържаше:

- аргументация на уменията да се решават проблеми според държавните учебни програми, целите за устойчиво развитие на ООН, последните резултати на PISA и TIMSS от измервания успеваемостта на българските ученици по математика;

⁷ Zoom platform: <https://zoom.us/>

- дефиниция на уменията да се решават проблеми (OECD, 2014);
- представяне на обобщени данни от TIMSS, 2019 за уменията на учениците да решават задачи по математика, в това число и проблемни;
- видове проблеми по математика (прост, сложен, контекстуален, символен);
- примери за стратегии за решаване на проблеми – метастратегии и математически стратегии.

Следваха въвеждащите, основните и заключителните въпроси, като съобразно развитието на дискусиата бяха задавани и допълнителни, насочващи и модериращи процеса въпроси. Разговорът по време на фокус групата беше записан, транскрибиран и оформен като писмен протокол.

Методи за анализ на данните

Писменият протокол от фокус групата беше анализиран чрез експертна оценка. Тя беше осъществена от трима експерти с опит в решаване на проблеми в обучението по математика (методик по методика на обучението по математика в начален етап и двама учители с дългогодишен опит в парадигмата за решаване на проблеми). Експертната оценка беше проведена на два етапа – самостоятелна оценка на данните от фокус групата и съвещание между експертите за уточняване на противоречия. Анализът включваше категоризиране на информацията, дадена от учителите според създадените критерии и показатели, като за целта беше използвана следната инструкция за експертна оценка:

1. Запознаване с протокола от фокус групата.
2. Запознаване с бланката за експертна оценка – критериите и показателите за оценката.
3. Извършване на контент-анализ на информацията, включващ:
 - 3.1. Разпределяне на ключови думи, фрази и изрази от разговора според зададените критерии и според номера на въпроса, след който са дадени съответните ключови думи.
 - 3.2. Разпределяне на ключови думи, фрази и изрази от разговора според критериите, независимо дали конкретното мнение е правилно или не (според експерта и зададените дефиниции).
 - 3.3. Маркиране на ключови думи, фрази и изрази, които са съществени и „правилни“ за съответния критерий (според експерта и зададените дефиниции).
 - 3.4. Маркиране на ключови думи, фрази и изрази, които показват неразбиране, объркване, неточност в размислите на участниците във фокус групата (според експерта и зададените дефиниции).

Данните бяха групирани в 5 области според въвеждащите и основните въпроси към участниците във фокус групата:

- разбиране на участниците за решаване на проблеми;

- разбиране на участниците за стратегии за решаване на проблеми;
- опитност на учителите в преподаване на и чрез решаване на проблеми;
- предизвикателства и ограничения пред прилагането на решаване на проблеми;
- фактори за прилагане на решаване на проблеми като педагогическа практика.

След извършената експертна оценка от тримата независими специалисти беше направен експертен анализ на оценената информация, а резултатите от него са представени в настоящата студия.

Критерии и показатели за анализ на резултатите от фокус групата

На базата на основните дефиниции на решаването на проблеми, представени в теоретичния анализ (OECD, 2014; Desev, 2008; Novakova, 2004), бяха изведени 4 критерия и показатели към тях, чрез които да се категоризира информацията, събрана от учителите. Те са представени в табл. 2.

Таблица 2. Критерии за категоризиране информацията, събрана от участниците във фокус групата

Критерии за категоризиране на информацията, събрана от участниците във фокус група				
Критерии	Основни характеристики на решаване на проблеми	Второстепенни характеристики на решаване на проблеми	Характеристики, непряко свързани с решаване на проблеми	Изкривявания в мисленето за решаване на проблеми
Показатели	Въпрос, система от въпроси Процес на индивидуална когнитивна преработка; Задълбоченото мислене, което възниква при наличие на проблем. Разбира и решава ситуация, за която начинът на решение не е очевиден; Отговорът не се съдържа в налични знания.	Прилагат знания в нови ситуации Приложение на практика	Групова работа	Фокус върху своето преподаване, а не върху работата на учениците. Отъждествяване на математика и решаване на проблем; Фокус върху математическите задачи, а не върху мисленето.

АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ

Разбиране за решаване на проблем по математика

Разбирането на началните учители за решаване на проблеми беше изследвано чрез въвеждащия въпрос № 1 (Какво означава за Вас решаване на проблеми по математика?), както и основния въпрос № 4 (Представете си, че Ви предстои да преподавате решаване на проблеми с Вашите ученици. Как си представяте този процес?). От отговорите на респондентите, представени в табл. 3, става ясно, че те извеждат основните характеристики на решаването на проблеми като абстрактно понятие, умение, което учениците използват, за да намират сами новото знание, да достигнат до разбиране за математическите конструкти; дейност, в която учителят не задава алгоритъм за решение и учениците могат да достигнат до решение по различни пътища, както и възможност за учениците сами да избират стратегии, чрез които да се опитат да постигнат решение. Сред второстепенните характеристики се открояват връзка с практическия живот и интересите на децата, нужда от обосновка на изучаваното съдържание и възможности да се прилага като подход на различни равнища – като част от урок, като цял урок или към цял раздел. Сред мненията на учителите прозира разбиране за решаването на проблеми като мисловен процес, но то не е експлицитно изразено, което може да се тълкува като непълно осъзнато. Наблюдават се мнения и твърдения за съдържанието на понятието, които са непряко свързани с неговата същност или дори противоречащи. Такива са свързването на решаване на проблеми непременно с текстовите задачи, които учениците по принцип решават, отъждествяването на решаването на проблеми с математическото мислене, фокусиране на смисъла на работата върху намиране на финален, правилен отговор, а не върху процеса на мислене. Това е видно и от твърдението „само му казваш да намери отговора“ на един от учителите, което в контекста на разговора носи смисъл на свобода да действа, но по същество издава фокус върху единствено правилно решение. Друго противоречие е разбирането, че всеки проблем има решение. Обобщените резултати от мненията на респондентите за съдържанието на решаване на проблеми като педагогическа практика са представени в табл. 3.

Таблица 3. Разбиране на учителите за решаване на проблеми по математика

Разбиране за решаване на проблем по математика			
Основни характеристики	Второстепенни характеристики	Характеристики, непряко свързани с решаване на проблеми	Изкривявания
абстрактно понятие	да покажем защо решаваме проблема	свързано пряко с решаването на текстови задачи	математическо мислене – помага да търсят финалния отговор
– сами да достигнат до новото знание; – ситуация, в която той сам трябва да намери пътя; – без да им давам свое решение; – само му казваш да намери отговора	– за учебен материал; – като част от урок; на няколко урока; за цял раздел; – в голям мащаб (събиране на пари за операция); – първо нещо дребно, после мащабно		математиката дава отговори как да не се отказваме и да търсим решение
да поставиш някого в ситуация, в която той сам трябва да намери пътя, по който да намери решението	– свързано с практиката, с живота – приложна част; – нещо практическо, с което да се докоснат; – да приложи каквото е научил		проблемът винаги има решение
– нещо разбъркано, което трябва да се подреди; – просто нещо, което трябва да наместим, за да го разберем	да е свързан с интереса на децата в конкретната група		
– децата си представят решението по различни начини; – търсят стратегии сами	търсят решение и после да се опитат да намерят начините извън математиката		
мнението на учителя не е най-важното; да не го налага			

Разбиране за стратегии за решаване на проблеми

За да установим какво разбират учителите по отношение на стратегиите за решаване на проблеми използвахме отново въвеждащия въпрос № 1 (Какво означава за Вас решаване на проблеми по математика?), както и основния въпрос № 4 (Представете си, че Ви предстои да преподавате решаване на проблеми с Вашите ученици. Как си представяте този процес?). Както се вижда от табл. 4, разбирането на учителите за стратегия за решаване на проблеми се изразява най-вече чрез примери от собствената им практика или хипотетични разсъждения чрез примери. Сред мненията за същността на понятието се откроява „начин да го решиш“, приложим към различни ситуации и съдържание – нещо, което изисква планиране и систематична работа, както и поощрения към учениците да изразяват свободно мислите си в процеса на решаване. Всичко това е много важно за изграждането на стратегическо мислене в процеса на решаване на проблеми по математика, но едва бегло засяга концепцията за стъпков план, последователност от действия за постигането на определена цел (Desev, 2008). Сред примерите за стратегии, които респондентите дават, са:

- предположение и проверка;
- опростяване на задача;
- визуализиране и категоризиране на мисленето чрез мисловна карта;
- използване на конкретни материали;
- сортиране на информация;
- задаване на въпроси.

Интересни са разсъжденията на участниците по отношение на задаването на въпроси. Голяма част от тях виждат процеса в посока от учителя към учениците, но се открояват и отделни мнения за възможности учениците да си задават въпроси помежду си или на себе си, докато работят по задачата. Някои респонденти споделиха, че понякога оставят учениците сами да търсят стратегии, но в контекста на разговора не става ясно дали използват понятието в неговия основен смисъл, или го смесват с идеята за решение на задачата. Подобно двусмислие се наблюдава и при твърдението, че стратегията може да се свърже с повтарянето на зададен модел.

Немалка част от отговорите на респондентите засягат характеристики, несъществени за стратегията като понятие или противоречащи на смисъла му. Някои твърдения могат да са част от процеса на решаване на проблеми, но не го определят като такъв или могат да се прилагат в рутинно решаване на задачи. Такива са работа в групи, практическо приложение на новото знание, приложение на стратегията на високо ниво на обобщеност, общуване между учениците, подаване на подсказки и подпомагащи схеми (частично зададен алгоритъм и пр.), приложение на стратегиите извън математически контекст.

Други отговори на респондентите, които показват недостатъчно разбиране за смисъла и съдържанието на стратегията като понятие е свързването на развитието на такъв тип мислене с цялостния процес на решаване на проблеми, от който стратегията е част. От друга страна, някои учители (2) споделят, че не са сигурни дали ги използват достатъчно добре, за да могат учениците им да ги прилагат в процеса на решаване на проблеми. В тази посока е и твърдението, че предложените в презентацията стратегии са естествена част от математиката и те ги използват по принцип.

В табл. 4 обобщено са представени споделените мнения на респондентите за съдържанието на стратегия за решаване на проблеми като част от педагогическата практика.

Таблица 4. Разбиране за стратегии за решаване на проблем

Разбиране за стратегии за решаване на проблем			
Основни характеристики	Второстепенни характеристики	Характеристики, непряко свързани с решаване на проблеми	Изкривявания
начин да го решиш	- насочващи въпроси; - насочващи въпроси, формулирани от децата; - дете помага на дете, без да дава решение. То решава проблем.	малки групи, големи групи	не знам дали ги използвам достатъчно добре, за да решават проблеми
стратегии могат да се приложат към всякакво съдържание	да не ги насочваме към конкретна задача	повечето от дадените стратегии използвам дори не в контекста на решаване на проблеми, дори в стандартен урок – предположете и проверяваме заедно	фокус върху видове проблеми, а не върху стратегии
нещо, което да планираш	да се започва с малки проблеми и да се обединяват в по-големи, които да се решават с няколко стратегии	включвам в други дейности, не само математика	тези стратегии са си част от математиката и ги използваме
систематична работа в тая област	използване на конкретни материали по технологии и предприемачество – работа с клечки, сортиране на информация по БЕЛ	нужда от задаване на една или две стъпки, не цял алгоритъм	търсят стратегии сами

Разбиране за стратегии за решаване на проблем			
Основни характеристики	Второстепенни характеристики	Характеристики, непряко свързани с решаване на проблеми	Изкривявания
да ги поощряваме и да приемаме тяхното мнение	повтарят модели	– някои сами намират решение, други имат нужда от модел; – понякога децата имат нужда от подсказки, за да се справят с проблема, не от целия алгоритъм	да поставиш някого в ситуация, в която той сам трябва да намери пътя, по който да намери решението
в ситуации търсят решение и после да се опитат да намерят отговорите	обратна връзка дали са били полезни	– да приложи каквото е научил; – прилагане на наученото	– поставяне в ситуация; – трябва да имаме нещо практическо; – нещо свързано с практиката; – живота извън учебниците
	мисловни карти	да се прилагат при обработване на малко по-голяма информация	въпрос към децата
	предположи и провери	говорейки помежду си, успеваемостта е по-голяма	
	опростяване на задача е първа стратегия за работа с текстови задачи (стандартна)	предварително подаване на стратегии	

Опит на учителите с решаването на проблеми

Съвсем естествено при въпросите за изследване опита на учителите с решаването на проблеми като подход за преподаване и учене (въвеждащ въпрос № 2: Имате ли опит с поставяне и решаване на проблемни задачи в с вашите ученици? Бихте ли разказали?) липсват отговори, които показват неточно разбиране за процеса. Това, което респондентите са преживели в работата си в класните стаи, описват и класифицират сравнително точно. Твърдението, че прилагат подхода и стратегиите по-скоро по усет, недостатъчно осъзнато, е показателно и за ниската степен на прилагането на подхода в класните стаи. От друга страна, това твърдение показва и висока степен на осъзнатост за собствените ограничения за преподаване чрез решаване на проблеми към момента

на провеждане на фокус групата. Основната част от отговорите на учителите (табл. 5), както и в предишните две области, засяга главно второстепенни характеристики на процеса, както и такива, непряко свързани с решаването на проблеми. Прави впечатление, че учителите, взели участие в разговора, дават разнообразни примери за проблематизиране на учебното съдържание, които включват както математически, така и теми от други предметни области, включително с възможности за силни междупредметни връзки. В таблицата по-долу могат да се видят обобщените мнения, споделени от респондентите относно опита им, свързан с решаване на проблеми по математика.

Таблица 5. Приложение – опит на учителите в решаването на проблеми

Приложение – опит с решаване на проблем			
Основни характеристики	Второстепенни характеристики	Характеристики, непряко свързани с решаване на проблеми	Изкривявания
– казваш „трябва да...“ и те сами си представят; – оставям ги да се впуснат в приключение; – да бъдат поставяни в проблемна среда	– изработване на нещо конкретно; – пречупва математиката през приложна част	нещо дребно, после нещо машабно	използвам стратегии, по-скоро на база усет
поставям в ситуации, в които търсят решение	– изработване на кошнички с различни форми; – да го видят на практика, да го пипнат, да го измерят, колко прежда им е нужна	– малки групи, големи групи; – работа в групи с водач; – групи според нивата и според взаимодействието между децата	
поощряваме ги и приемаме тяхното мнение	Имаме детенце с нужда от пари за операция; Хайде да видим как можем да съберем пари.	обратна връзка дали са били полезни	
	мисловни карти	– нужда от стратегия при някои; – някои успяват и се насочват сами;	
	изсипвам голяма купчина пръчки и искам да ги преброят – нужда от групиране (по 10)	мога да не отворя учебника цяла седмица	

Приложение – опит с решаване на проблем			
Основни характеристики	Второстепенни характеристики	Характеристики, непряко свързани с решаване на проблеми	Изкривявания
	олимпиадата по гражданско образование – бюджет, време, преценяване на думите като количество и качество	групови проекти	
	предложи и провери, проверка на предположения	типове задачи	
	използване на конкретни материали	деца – различен начин на мислене	
	сортиране на информация в таблици	систематизирани задачи	
	опростяване на текстовите задачи	обединяваме задачи	
	– насочващи въпроси; допълнителни въпроси	предварително подаване на стратегии, които могат да използват	
	съчетаване на различни стратегии		
	използване на учебен материал		

Предизвикателства и ограничения за преподаване на и чрез решаване на проблеми

За да разберем какви са ограниченията за преподаване на и чрез решаване на проблеми зададохме на учителите въвеждащия въпрос № 3 (Какво Ви е спирало да предлагате на учениците си проблемни задачи до момента?). От техните отговори става ясно, че възможните ограничения, които стоят пред учителите за преподаване на и чрез решаване на проблеми, се фокусират върху нагласите, мисленето, мотивацията и подготовката на самите учители (виж табл. 6). Анализът на тримата експерти поставя тези фактори като основни за липсата или твърде ограниченото прилагане на подхода от участниците във фокус групата. В тази група се нарежда и усещането на респондентите за твърде голяма сложност на процеса, влагане на допълнителни усилия за учене, планиране и подготовка за такъв тип работа. С голямо значение се открояват и фактори като

твърде дългото преподаване в еднотипна структура като традиционния урок, липсата на систематичност и преподаване на и чрез решаване на проблеми още от I клас. Други ограничения, които възпират учителите да внедряват нови практики, дори различни от решаване на проблеми, са нагласите и навиците на децата. Когато класът е работил по един и същи начин дълго време, представянето на нов подход изисква повече време за адаптация. За учителите са важни позициите на училищното ръководство и родителите като фактор в подкрепа или противопоставяне при вземане на решение за включване в образователния процес на нови педагогически модели. Освен това усещането за твърде времемък процес по решаване на проблеми според участниците в разговора създава противоречие с изискванията на ДОС и учебните програми. Техните мнения относно ограничаващите фактори за въвеждане на решаване на проблеми в педагогическата им практика за представени обобщено в таблицата по-долу.

Таблица 6. Ограничения за работа върху развитие на умения да се решават проблеми

Ограничения за работа върху развитие на умения да се решават проблеми			
Основни характеристики	Второстепенни характеристики	Характеристики, непряко свързани с решаване на проблеми	Изкривявания
– мисленето на учителя; – нашето мислене	не им се предоставят ситуации още от 1. клас или от ПГ	някои деца имат нужда от стратегия, за да започнат да работят, иначе се демотивират	концентрирана, такава работа трудно може да се осъществи
– лична мотивация; – учителят не е подготвен; – начина, по който учителите са обучавани; – липса на качествени квалификации в тази област	твърде много стаж в традиционна система	– децата, групата, различните между тях; – клас на много нива; – различни нива на умения в класа	за някои деца е полезно, за други – не
абстрактни задачи	учителят не би могъл сам да разработи достатъчно качествено; аз нямам ресурс	липса на време	
малко задачи в учебни помагала, на края на раздела и често без връзка с основното учебно съдържание	нужда от предлагане на различен тип проблеми	притеснения, че експертите от РУО могат да ограничат работата ми до традиционно преподаване	

Ограничения за работа върху развитие на умения да се решават проблеми			
Основни характеристики	Второстепенни характеристики	Характеристики, непряко свързани с решаване на проблеми	Изкривявания
еднократно подаване на проблеми не дава ефект		стандартната учебна програма	
необходимост да планува-ваш (в дълбочина)		конфликт – нуждите на децата или ДОС	
твърде стойностно и твърде сериозно, за да може човек просто да започне да го преподава		липса на помощник-учител дори в малка група (до 16 ученици)	
свикнали сме, че нашето мнение е меродавно		да не се работи интуитивно, на случаен принцип, защото не се постигат системни резултати	
нужда от някой, който да ни помага да създаваме у децата модели за мислене		– ръководството; – родителите	
помагалото може да е добро, но да не става ясно каква идея стои зад задачите в него			

Възможности за развитие на уменията за решаване на проблеми в педагогическата практика

За да разберем какво би мотивирало и подпомогнало учителите да работят за развиване на уменията за решаване на проблеми, ги попитахме от какво биха имали нужда, за да прилагат този подход със своите ученици (основен въпрос № 5). Техните отговори са систематизирани и представени в табл. 7.

Таблица 7. Фактори за въвеждане на решаване на проблеми в педагогическата практика

Фактори за въвеждане на решаване на проблеми в педагогическата практика			
Основни характеристики	Второстепенни характеристики	Характеристики, непряко свързани с решаване на проблеми	Изкривявания
в такава ситуация може да развиеш много повече умения, отколкото по план за една седмица	във всеки житейски въпрос да търсят отговор	работа с помощник-учител – необходимост	проблемът винаги има решение

Фактори за въвеждане на решаване на проблеми в педагогическата практика			
Основни характеристики	Второстепенни характеристики	Характеристики, непряко свързани с решаване на проблеми	Изкривявания
<ul style="list-style-type: none"> – да разполагам с тях; – да размишлявам, да ги усетя; – време да ги осъзная къде може да се приложи 	опит на другите учители	работа в групи; разпределени според нива	начало в 3. клас не би работило
<ul style="list-style-type: none"> – да разработи материали; – да търси материали 	опит в поставяне в проблемна ситуация	по-работен език между децата	
някой да ми даде материали/ методика	<ul style="list-style-type: none"> – учебно помагало; набор от идеи; – подходящи задачи за проблематизиране 	<ul style="list-style-type: none"> – олимпиада по гражданско образование; – ползвам Немо (помагало) 	
<ul style="list-style-type: none"> – трябва да се планира процеса; – да заложи видове проблеми да се появяват пред децата 	тетрадка с идеи	връзка с природни науки	
<ul style="list-style-type: none"> – по-периодично; – по-систематично подаване на проблеми; – ритмичност; – нагласа за нови навици в 1. клас 	математиката като цяло дава възможности		
квалификация за учители	възможности за супервизии		
<ul style="list-style-type: none"> да експериментирам с колеги, да го опитам – екип, с който да работя в тази посока; – професионална група на прилагашите такъв тип работа; – обмяна на опит; – когато говоря с колеги, ми хрумват още 100 неща 	взаимодействие между децата		
<ul style="list-style-type: none"> – работата може да се пръсне в разнообразни контексти 			

От отговорите на респондентите е видно, че те добре разпознават предимствата на въвеждането на решаване на проблеми в практиката си, като отчитат, че „в такава ситуация може да развиеш много повече умения, отколкото по план

за една седмица“, както и факта, че този подход може да се прилага в разнообразни контексти. Факторите, които биха оказали влияние върху това дали да въведат подхода в своята работа, са предвидими и вече споменати в предходните параграфи. В основните от тях се включват наличието на методика и методически материали, подкрепата на педагогическия екип и систематичната работа по посока поставяне на проблеми още от началото на обучението в училище. Като изкривяване тук сме отчели твърдението, че въвеждането на проблемния подход едва в III клас не би проработило добре. Тази възраст предполага готовността на учениците за въвеждането на много по-разнообразни стратегии за работа по проблеми и неслучайно в различни учебни помагала, ориентирани към проблемното учене, се въвежда именно тогава (Institute for Progressive Education, 2022).

ДИСКУСИЯ

Разбирането на учителите, участници във фокус групата, за решаването на проблеми като когнитивен процес и педагогическа практика се разпределя и в четирите групи характеристики – основни, второстепенни, несъществени, изкривявания. По отношение на същността на решаване на проблеми по математика учителите го определят като умение, начин на мислене, чрез който учениците самостоятелно се справят с непозната или частично непозната ситуация. Към второстепенните характеристики включват връзката с учебните предмети, с практическия живот и с интереса на учениците. Към изкривяванията спада свързването на решаване на проблеми непременно с текстовите задачи, които учениците по принцип решават. Такава връзка наистина има, тъй като контекстуалните проблеми са именно текстови задачи, но разликата в начина на решение е съществен. При текстовите задачи очакваме от учениците да прилагат усвоени алгоритми в описания на реални житейски ситуации, докато при проблема очакваме те сами да структурират алгоритъм за действие. Друго несъответствие между разсъжденията на респондентите и смисъла на решаването на проблеми е отъждествяването на разглеждания феномен с математическото мислене, от което то е част (Takahashi, 2021), както и фокусиране на смисъла на работата върху намиране на финален, правилен отговор, а не върху процеса на мислене. Това прозира и в твърдението „само му казваш да намери отговора“ на един от учителите, което носи смисъл на свобода на действието, но всъщност издава фокус върху правилно решение. Още едно противоречие е разбирането, че всеки проблем има решение, което е фактически невярно. В процеса на решаване на проблеми е допустимо учениците да не достигнат до отговор, допустимо е да се предлагат проблеми, които нямат решение, и по този начин учениците да се учат, че в живота има „задачи“, които са нерешими на етапа, в който се намират, или по принцип, защото науката не е достигнала все още до нужното знание. Преплитането

на съществени и несъществени за процеса характеристики показва частични, непълни и неизяснени представи за същността на решаването на проблеми.

По отношение на разбирането на респондентите за стратегии за решаване на проблеми се отличават основни характеристики като начин на действие, възможност за приложение в различни области, както и второстепенни, свързани с конкретни примери за стратегии – мисловна карта, предположения и проверка, опростяване, работа от прости към сложни проблеми и др. Ако се разгледа по-задълбочено „възможност за приложение в различни области“, може да се приеме, че прилагането на познат модел в нова ситуация по същество е стратегия за решаване на проблем, но е възможно учителите да са визуирали повторението на алгоритъм като част от упражнението за развитие на изчислителни или друг вид математически навици. Предварителното подаване на стратегия като част от педагогическия процес може да бъде или не част от процеса на решаване на проблеми в зависимост от контекста. Ако в хода на задаването на проблема се обсъждат с учениците варианти за решаването му и те имат възможност да изберат, експериментират и да се пренасочат при нужда, тогава предварителното подаване може да бъде част от решаването на проблема. От друга страна, ако учителят демонстрира пред децата най-ефикасната стратегия за решаване на проблем, след което се очаква учениците да повторят самостоятелно или с подкрепа дадената процедура, това вече е традиционно преподаване, което се допълва и от изразените мнения, че „тези стратегии са си част от математиката и ги използваме“. Това може да се обясни с факта, че преподавайки, учителят демонстрира дадена стратегия или води децата по пътя на изпълнение поетапно, но те вероятно рядко имат възможност да ги прилагат самостоятелно, за да интернализират знанието, уменията и да го прилагат самостоятелно. Интересно е твърдението на учителите, че е нужен фокус повече върху видовете проблеми, отколкото върху формирането на умения за прилагане на различни стратегии за справяне. Обосновката е свързана именно с възможността стратегиите да се прилагат към различен контекст и задачи. В действителност разнообразието от проблеми ще позволи на учениците да изследват приложението на различни стратегии в различни контексти. От друга страна, остава въпросът за качеството на процеса им на мислене в непозната ситуация, ако не са систематично учени да разбират стратегията като път за действие, който могат да формулират самостоятелно, или да прилагат заучени последователности от действия в стандартен или видоизменен начин за решаването на проблем. Прави впечатление, че участниците във фокус групата свързват стратегиите за решаване на проблеми с групова работа, работа със знания от различни предметни области и приложение на вече научено знание, които елементи могат да бъдат част от процеса, но могат и да не бъдат, без това да рефлектира върху неговото качество. Решаването на проблеми може да бъде и индивидуален процес. Развитието на уменията на учениците да се справят с

проблеми ще бъде пълноценно, ако имат възможност да се упражняват както в група, така и самостоятелно. Изкривяванията разкриват нуждата на учителите от изясняване на стратегическото мислене като процес и обект на преподаване.

В третата част на разговора, свързана с опита на учителите, още веднъж се разкрива фокусът върху второстепенни и несъществени характеристики на решаването на проблеми. От една страна, повечето от респондентите споделиха опит по посока даване възможност на учениците да изследват самостоятелно пътища за решение. От друга страна, фокусът върху „изработване на нещо конкретно“, „използване на конкретни материали“ и „пречупване на математиката през нейната приложна част“ засяга само част от работата и ограничава възможностите и на учениците за ефективно учене в тази област. Друго изкривено разбиране е, че късното започване, например в III клас, не би проработило, а е нужно децата да срещат такива примери още от първата си година в училище, за да развият успешно уменията си. Уместно е предположението, че въвеждането на решаване на проблеми още от I клас е полезно за плавното развитие на уменията на учениците. От друга страна, предоставянето на възможности за решаване на проблеми систематично, независимо от времето на започване, дава своите ползи за развитието на мисленето на учениците. Възможно е да отнема повече време в началото на процеса заради евентуалното му забавяне и изградените навици за директно приложение на заучени знания и умения. Би било полезно процесът да стартира дори късно, вместо никога да не се предлагат проблемни задачи пред учениците. Прави впечатление, че сред мненията на участниците се наблюдават и изкривявания, свързани с полезността на такъв подход за педагогическа работа („за някои деца е полезно, за други – не“). Въз основа на дефиницията за решаване на проблеми е трудно да предположим, че би имало ученици, за които подобни умения не биха били полезни. От друга страна, може да се приеме, че някои ученици сравнително лесно биха се впуснали в решаването на проблем с необходимата ефективност, докато други биха имали нужда от повече време за натрупване на критична база умения, които биха им позволили достатъчно добро ниво на самостоятелност, за да се осъществи качествен процес на мислене и справяне. Някои мнения като „концентрирана, такава работа трудно може да се осъществи“ могат да бъдат определени като несигурност пред новото и непознатото, която би могла да бъде преодоляна чрез обучения и демонстрации, така че учителите да видят ползите и възможностите, които моделът притежава, при ограничаване на недостатъците му.

В последната фаза на фокус групата учителите дискутираха възможни начини за въвеждане на модел за решаване на проблеми в своята педагогическа практика. Участниците откриха личната мотивация и мислене на учителите като основен фактор за разгръщане на ефективен процес за решаване на проблеми, както и необходимостта от структурирана система за провеждане на занятия с учениците, така че те да бъдат систематични и консистентни

във времето. Сред основните предпоставки за развитие уменията на децата да решават проблеми се нарежда нуждата от допълнителна квалификация на учителите. Респондентите изразиха желание и готовност да си сътрудничат с колеги в организиране и споделяне на опит. Нуждата от достатъчно време за анализ и подготовка за такъв тип работа, търсенето на разнообразни контексти и възможността за развитие на повече умения в сравнение с традиционния план за една седмица също се нареждат сред първостепенните причини за търсене на възможности за прилагане на решаване на проблеми в класната стая. Учителите откриха и други предпоставки, които биха подпомогнали процеса по решаване на проблеми с учениците в начален етап, като работа в групи, търсене на междупредметни връзки и работа с помощник-учител. Всички те са фактори, които благоприятстват ползотворното решаване на проблеми, но ефективен процес би могъл да се осъществява и без тях, а и биха били полезни и за други видове и форми на организация на образователния процес.

ОГРАНИЧЕНИЯ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

Настоящото изследване има своите специфични ограничения, свързани основно с обема на извадката. Като качествено изследване, то разглежда задълбочено мненията, нагласите и опита само на малка част от началните учители. Въпреки това резултатите очертават ясно съществените характеристики на изследвания проблем, както и съответните дефицити и изкривявания в мисленето на респондентите. Те могат отлично да послужат за база за последващи количествени изследвания в областта на решаването на проблеми в обучението по математика.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развитието на математическото мислене и умението за решаването на проблеми са не само цел, заложена в учебната документация, регламентираща обучението по математика на учениците от началните класове, но и важна предпоставка за поставяне на учениците в активна позиция на учене – фокус на съвременното обучение и основа на ученето през целия живот. Използването на решаването на проблеми като подход за преподаване безспорно носи множество позитиви за развитието на детската личност, но изисква специфични знания и умения от началните учители. Въпреки това то може да се прилага и в контекста на традиционните уроци, стига учителите да имат необходимото желание и готовност. Такъв беше и фокусът на настоящото изследване – да се установят разбиранията, нагласите и опитът на началните учители за прилагане на решаване на проблеми като подход за преподаване и учене по математика. С помощта на фокус група с учители от различни ти-

пове училища, преподаващи чрез различни подходи на обучение, направихме опит да изведем основните характеристики на изследвания проблем (подхода за преподаване на и чрез решаване на проблеми) според техните виждания и да дефинираме съответните дефицити. Въпреки че участниците в изследването демонстрираха добра представа за този подход на преподаване, наблюдава се липса на яснота за решаването на проблема като процес и свързането му с нещо различно от урока по математика по принцип. Тъй като по същество решаването на проблеми представлява мисловна дейност, то може да бъде интегративна част от стандартния урок по математика, ако учениците имат възможност самостоятелно да разсъждават върху поставената задача, без да бъдат приканвани към определен начин на действие, решение.

От анализа на данните от фокус групата ясно се откроява нуждата от прилагането на модели за решаване на проблеми, които експериментално да докажат ползите и ограниченията им за развитието на мисленето на учениците, както и от обучения на учителите, свързани с когнитивни науки, преподаване на мислене в най-широк план, а в контекста на решаване на проблеми – стратегическо и критично мислене още в началните класове. Това ще позволи не само в следващите образователни степени да се надгради образователният процес по математика в областта решаване на проблеми и справяне с непознати ситуации, но и ще допринесе за развитието на мислещо поколение ученици, така необходимо в контекста на съвременното общество.

БИБЛИОГРАФИЯ

НОРМАТИВНИ ДОКУМЕНТИ

Наредба № 10 от 19.12.2017 г. за познавателните книжки, учебници и учебни помагала. Обн. ДВ, бр. 102 от 22.12.2017, посл. изм. и доп. ДВ, бр. 39 от 28.04.2020. [Naredba №№ 10 за poznavatelnite knizhki, uchebnitsi i uchebni pomagala. Promulgated, State Gazette No. 102/22.12.2017, Effective 28.04.2020] Retrieved 27.03.2023, from https://www.mon.bg/upload/22629/nrdb10_uchebnici_izm042020.pdf

ИЗТОЧНИЦИ

- Aleksieva, L. (2019). *Obuchavashta multimedia za izuchavane na tablichno umnozhenie i delenie*. [Алексиева, Л. (2019). Обучаваща мултимедия за изучаване на таблично умножение и деление.] Sofia: IK Riva.
- Aleksieva, L. (2020). STEM in the Context of National Mathematics Education Standards in Primary School. [Алексиева, Л. (2020). STEM в контекста на държавния образователен стандарт по математика за началните класове.] In: *Scientific and practical conference dedicated to the 80th anniversary of Prof. Dr. Georgi Bizkov: Education and Arts: Traditions and perspectives*. Sofia: University Press “St. Kliment Ohridski”, Retrieved 28 March, 2023 from <https://fnoi.uni-sofia.bg/wp-content/uploads/2020/11/bizhkov.pdf>
- Carlson, M., & Bloom, I. (2005). The Cyclic Nature of Problem Solving: An Emergent Multidimensional Problem-Solving Framework. In: *Educ Stud Math* 58, 45–75.

- Desev, L. (2008). *Dictionary of psychology*. [Десев, Л. (2008). Речник по психология.] Sofia: Bulgarika.
- Haylock, D. (2010). *Mathematics Explained for Primary Teachers*. London: SAGE.
- Institute for Progressive Education. (2022). *Jump Math Problem Solving Lessons*, Grade 3 and 4.
- Kirova, G. (2008). Tipični greshki pri ovladyavane na matematičeski znanja i umenja v podgotvitelنيا i v nachalnite klasove, ustanoveni pri provedeno vanshno otsenyavane. [Кирова, Г. (2008). Типични грешки при овладяване на математически знания и умения в подготвителния и в началните класове, установени при проведено външно оценяване.] In: *120 godini Sofijski universitet "Sv. Kliment Ohridski" i razvitie na pedagogičeskata nauka*. Sofia: Veda Slovena - ZhG.
- Kirova, G. (2021). *Aktualni problemi na didaktikata na matematikata v nachalnite klasove* [Кирова, Г. (2021). Актуални проблеми на дидактиката на математиката в началните класове]. Sofia: Veda Slovena – ZhG.
- Mavrova, R., & Boykina, D. (2019). *Uчебно pomagalo po metodika na obuchenieto po matematika. I chast. Obshta metodika*. [Маврова, Р., & Бойкина, Д. (2019). Учебно помагало по методика на обучението по математика. I част. Обща методика.] Sofia: Makros 2000.
- MON (2019). *Za prehoda ot znanja kam umenja*. [МОН (2019). За прехода от знания към умения], Retrieved 28 March, 2023 from <https://web.mon.bg/bg/100770>
- MON. (2022). *Obobshtena informatsia za identifikatsirani problemi v uchebnite programi* [МОН. (2022). Обобщена информация за идентифицирани проблеми в учебните програми], Retrieved 28 March, 2023 from <https://www.mon.bg/bg/101168>
- Novakova, Z. (2004) *Metodika na obuchenieto po matematika v nachalnite klasove*. [Новакова, З. (2004). Методика на обучението по математика в началните класове.] Sofia: Veda Slovena – ZhG.
- NZ Maths. (2023). *Problem Solving Strategies*: Retrieved 28 March, 2023 from <https://nzmaths.co.nz/problem-solving-strategies>
- Ochieng, NT, Wilson, K, Derrick, CJ, & Mukherjee, N. (2018). The use of focus group discussion methodology: Insights from two decades of application in conservation. *Methods Ecol Evol.*, 2018; 9: 20–32. <https://doi.org/10.1111/2041-210X.12860>
- OECD (2014). *PISA 2012 Results: Creative Problem Solving. Student's Skills In: Tackling Real-Life Problems*. Vol. 5, OECD Publishing.
- Poya, D., 1972. *Kak da se reshava zadacha*. [Пойа, Д. (1972) Как да се решава задача.] Sofia: Narodna prosveta.
- Posamentier, A., & Krulik, St. (2008). *Problem Solving Strategies For Efficient And Elegant Solutions*. Grade 6–12. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
- Rott, B. (2012). Heuristics In *The Problem Solving Processes Of Fifth Graders: An Analysis*. 35th Annual Conference of the Leibniz University of Hanover.
- Stoyanova, D., & Hristova, T. (2017). *Problem-posing education as a didactic concept and a methodical direction*. [Стоянова, Д., & Христова, Т. (2017). Проблемното обучение като дидактическа концепция и методологично направление.] *Proceedings of University of Ruse*, vol. 56, book 11, pp 33–38.
- Takahashi, A. (2021) *Teaching Mathematics Through Problem Solving. A Pedagogical Approach from Japan*. New York: Routledge.

- United Nations (2015). Sustainable Development Goals. Goal 4: Ensure inclusive and equitable quality education and promote lifelong learning opportunities for all. Retrieved 28 March, 2023 from <https://sdgs.un.org/topics/education>
- Varbanova, M. (2013). *Metodika na obuchenieto po matematika v nachalnite klasove*. [Върбанова, М. (2013). Методика на обучението по математика в началните класове]. Plovdiv: Astarta.
- Yazgan, Y., & Arslan, C. (2012) Common And Flexible Use Of Mathematical Non Routine Problem Solving Strategies. *American Journal of Educational Research*, Vol. 3, No. 12, 2015, pp 1519–1523. Doi: 10.12691/education-3-12-6.

ЗА АВТОРИТЕ

Лилия Стоилова е редовен докторант към катедра „Начална училищна педагогика“ на Факултета по науки за образованието и изкуствата, СУ „Св. Климент Охридски“ и зам.-директор по учебната дейност на ЧОУ „Прогресивно образование“. Научните ѝ интереси са в областта на концептуалното и изследователското учене, умения за мислене и решаване на проблеми по математика в начален етап. Автор е на три статии в областта за решаване на проблеми по математика в начален етап.

Контакти: liliya.stoilova@transform.bg

Доц. д-р Любка Алексиева е преподавател във Факултета по науки за образованието и изкуствата и зам.-директор на Центъра за дистанционно обучение на СУ „Св. Климент Охридски“. Научните ѝ интереси са в областта на дигиталното учене, иновациите в обучението по математика и STEM обучението. Доц. д-р Алексиева е автор на две монографии, както и на над 45 публикации. От тях 15 са реферирани и индексирани в световноизвестни бази данни с научна информация. Любка Алексиева е и водещ автор на одобрени от МОН учебни комплекти по математика за ученици от 1. до 4. клас, в това число 4 учебника и над 20 помагала.

Контакти: l.aleksieva@fppse.uni-sofia.bg

ABOUT THE AUTHORS

Liliya Stoilova is a full-time doctoral student at the Department “Primary Education” of the Faculty of Education and the Arts, SU “St. Kliment Ohridski” and deputy director of educational activities of the secondary school “Progressive Education”. Her research interests are in the field of conceptual and inquiry-based learning, thinking skills, and problem solving in elementary mathematics. She is an author of 3 papers in the field of problem solving in elementary mathematics.

Contacts: liliya.stoilova@transform.bg

Assoc. Prof. Dr. Lyubka Aleksieva is a lecturer at the Faculty of Educational Sciences and the Arts and deputy director of the Center for Distance Learning of Sofia University “St. Kliment Ohridski”. Her research interests are in the field of digital learning, innovations in mathematics education and STEM education. Associate Professor Dr. Aleksieva is an author of two monographs, as well as over 45 publications in the field of her scientific interests. Of these, more than 15 are referenced and indexed in world-renowned databases of scientific information. Lyubka Aleksieva is also a leading author of approved mathematics textbooks for students from 1st to 4th grade, including 4 textbooks and over 20 students’ books and learning aids.

Contacts: l.aleksieva@fppse.uni-sofia.bg